

УДК 681.518.5+004.052.32

# ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОК КОДАМИ ХЭММИНГА, УЧЕТ КОТОРЫХ ЦЕЛЕСООБРАЗЕН ПРИ СИНТЕЗЕ САМОПРОВЕРЯЕМЫХ УСТРОЙСТВ АВТОМАТИКИ

**ЕФАНОВ Дмитрий Викторович**, д-р техн. наук, профессор, член Института инженеров электротехники и электроники, действительный член Международной академии транспорта, заместитель генерального директора по научно-исследовательской работе<sup>1</sup>, профессор<sup>2,3,4</sup>; e-mail: TrES-4b@yandex.ru

**ЗУЕВА Марина Владимировна**, аналитик данных<sup>5</sup>; e-mail: marina-seo-media@yandex.ru

**ПАШУКОВ Артем Валерьевич**, старший преподаватель кафедры<sup>3</sup>; e-mail: art\_pash@mail.ru

<sup>1</sup>ООО «НИПИ «ТрансСтройбезопасность», Санкт-Петербург

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт машиностроения, материалов и транспорта, Высшая школа транспорта, Санкт-Петербург

<sup>3</sup>Российский университет транспорта (МИИТ), кафедра «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», Москва

<sup>4</sup>Ташкентский государственный транспортный университет, кафедра «Автоматика и телемеханика», Ташкент

<sup>5</sup>ПАО «Банк «Санкт-Петербург», Санкт-Петербург

Исследуются особенности применения кодов Хэмминга при синтезе устройств автоматике с обнаружением неисправностей. Такие устройства подразумевают организацию схем встроенного контроля для обнаружения возникающих неисправностей косвенно по результатам вычислений значений рабочих функций. При реализации схемы встроенного контроля могут использоваться различные методы. В настоящем исследовании фокус смещен на вопросы синтеза схем встроенного контроля по методу логической коррекции сигналов (методу логического дополнения). Этот метод подразумевает преобразование всех или части сигналов, поступающих от объекта диагностирования, в схеме встроенного контроля таким образом, чтобы формируемое после блока коррекции сигналов кодовое слово принадлежало заранее выбранному блоковому равномерному коду. В исследовании рассматривается применение классических кодов Хэмминга для этих целей. Применение метода логической коррекции сигналов позволяет напрямую получать значения информационных символов кодовых слов кодов Хэмминга как значения на рабочих выходах объекта диагностирования, а проверочные символы получать путем коррекции сигналов с части рабочих выходов. Однако можно использовать также и преобразования значений рабочих функций для получения информационных символов, что расширяет число способов организации схемы встроенного контроля. В статье установлены ранее не известные абсолютные и относительные показатели обнаружения ошибок в кодовых словах кодами Хэмминга с учетом их разделения по видам (по числу искажений нулевых и единичных бит) и кратностям. Экспериментальные результаты с тестовыми комбинационными схемами подтверждают эффективность применения метода логической коррекции сигналов с контролем вычислений по кодам Хэмминга для синтеза схем встроенного контроля. Полученные в работе результаты расширяют теорию синтеза самопроверяемых цифровых устройств и вычислительных систем и на практике могут быть применены при совершенствовании методов синтеза устройств автоматике с обнаружением неисправностей.

**Ключевые слова:** устройства автоматике с обнаружением неисправностей; самопроверяемое цифровое устройство; метод логической коррекции сигналов; код Хэмминга; обнаружение ошибок в кодовых словах; необнаруживаемая ошибка; синтез схемы встроенного контроля.

DOI: 10.20295/2412-9186-2023-9-03-283-297

## ▼ Введение

Современные микроэлектронные и микропроцессорные устройства автоматике, используемые как в промышленности, так и на транспорте, не обходятся без применения кодовой защиты как на аппаратном, так и на

программном уровнях [1, 2]. При этом далеко не все коды из всего многообразия помехозащищенных и помехоустойчивых кодов могут эффективно применяться для защиты устройств и результатов вычислений. Существует три основных параметра для кода,

которые должны учитываться при проектировании цифровых устройств — избыточность кода, сложность и глубина кодера и декодера [3]. Более того, в ряде приложений необходимо также учитывать возможности реализации кодирующего и декодирующего оборудования с контролепригодными структурами, а также обеспечения при функционировании конечного устройства формирования необходимого множества тестовых комбинаций [4]. Часто в данных задачах применяются блочные равномерные двоичные коды: коды Хэмминга, Рида — Маллера, циклические коды, разнообразные коды с суммированием и другие [5, 6].

Одним из известных и часто используемых кодов для построения вычислительных систем является код Хэмминга [7]. Данный код позволяет обнаруживать любые одно- и двукратные ошибки, а также обладает возможностью коррекции любых однократных искажений при относительно простых кодерах/декодерах. Эти особенности кодов Хэмминга определили их широкое применение для защиты при хранении данных, например в RAID 2<sup>1</sup>, а также в ECC-памяти<sup>2</sup> [8]. Также данные коды используются в конвертерах сигналов [9] и при передаче данных между узлами систем управления [10]. Отдельного внимания заслуживают вопросы применения кодов Хэмминга при синтезе диагностического обеспечения, самопроверяемых и отказоустойчивых цифровых систем [11–14].

В ставшей уже классической в теории синтеза цифровых вычислительных систем монографии [5] описываются особенности использования кодов Хэмминга при синтезе самопроверяемых схем встроенного контроля (СВК). Отмечены аспекты реализации самопроверяемых схем декодирования. Однако, как показывают исследования, свойства кодов Хэмминга, проявляющиеся при синтезе

цифровых систем, к настоящему времени изучены не в полной мере.

Важной особенностью кодов Хэмминга, которая проявляется при синтезе полностью самопроверяемых СВК, является то, что функции, описывающие проверочные символы, не являются монотонными. Это связано с применением для их вычисления элементов сложения по модулю  $M = 2$  (элементов  $XOR^3$ ) и свойств самой функции неравнозначности [15]. Именно поэтому коды Хэмминга нельзя применять при организации полностью самопроверяемых схем с контролем объектов диагностирования по группам монотонно независимых выходов [16, 17] и отдельно объектов с монотонной реализацией структур (на всех выходах которых реализуются монотонные функции) [18, 19]. Поэтому коды Хэмминга могут эффективно использоваться при организации СВК аналогично тому, как применяются классические коды паритета — по группам независимых выходов [6]. Однако при этом целесообразно организовывать контроль по группам выходов, на которых возможны одно- и двукратные ошибки, а другие ошибки исключены [20]. Существует и возможность контроля устройств по единой группе таких выходов, что потребует специальной модификации структур устройств аналогично тому, как это делается для реализации устройств с независимыми выходами [6].

Известны исследования [21, 22], которые посвящены анализу характеристик обнаружения ошибок кодами Хэмминга на случай возникновения их только в информационных символах при условии отсутствия ошибок в проверочных символах. Это актуально, когда информационные и проверочные символы реализуются физически разными устройствами. В монографии [23] свойства кодов Хэмминга обобщены, а также приведены алгоритмы синтеза полностью самопроверяемых цифровых устройств на их основе. Далее они развиваются, например, в [24]. Однако во всех данных работах коды Хэмминга рассматриваются именно в тех

<sup>1</sup> RAID (redundant arrays of independent disks) — избыточный массив независимых дисков. Существует несколько уровней модели RAID. В RAID 2 хранилище данных построено с использованием чередования дисков, в дополнение к которому выделены некоторые отдельные диски, хранящие информацию о проверке и исправлении ошибок.

<sup>2</sup> ECC (error-correcting code memory) — тип компьютерной памяти с автоматической коррекцией ошибок.

<sup>3</sup> Использование данных элементов обусловлено тем, что они дают возможность преобразования любой логической функции в другую. Как альтернатива могут быть применены и элементы  $XNOR$ .

приложениях, когда функции, вычисляемые на выходах объектов диагностирования, отождествляются с информационными символами и в СВК дополняются (именно «дополняются» без какой-либо коррекции!) проверочными.

Существует так называемый метод логической коррекции сигналов (ЛКС), или метод логического дополнения, для организации СВК, подразумевающий не дополнение информационных символов проверочными, а получение значений бит кодовых слов путем преобразования значений рабочих функций объекта диагностирования с помощью элементов коррекции [25]. В качестве элементов преобразования выступают элементы сложения по модулю  $M = 2$  (элементы *XOR*). Основное преимущество метода ЛКС состоит в возможностях гибкого выбора контрольных функций преобразования при получении символов кода в целях уменьшения структурной избыточности СВК.

При использовании метода ЛКС в СВК значения, формируемые на выходах объекта диагностирования, корректируются, что означает, что ошибка на одном или нескольких его выходах, вызванная неисправностями различной физической природы, может транслироваться в любой из битов кодового слова. Поэтому метод ЛКС в основном развивался в двух направлениях: 1) касаясь применения контроля вычислений по признаку самодвойственности вычисляемых в СВК функций [26, 27]; 2) касаясь применения для контроля вычислений по принадлежности формируемых векторов кодовым словам неразделимых кодов [28, 29]. При использовании же делимых кодов (к ним относится и код Хэмминга) требуется учет того, что ошибки на выходах объекта диагностирования в произвольном случае могут транслироваться и на информационные, и на проверочные символы в СВК.

Известны исследования, касающиеся установления свойств блочных кодов при использовании их совместно с методом ЛКС при синтезе СВК, в которых изучены характеристики классических и модифицированных кодов с суммированием. К примеру, в статьях [30, 31] освещены характеристики классических и модульных кодов с суммированием, проявляющиеся при их использовании в процессе

синтеза СВК по методу ЛКС. В частности, показано, что если разделить в СВК функции объекта диагностирования, которые формируют информационные символы, и функции, которые вычисляют проверочные символы, то можно существенно (в разы!) сократить число необнаруживаемых ошибок в кодовых словах. Установленные свойства кодов с суммированием позволяют эффективно использовать их при синтезе СВК по методу ЛКС.

*Целью данной работы* является освещение результатов исследования показателей обнаружения ошибок в кодовых словах кодами Хэмминга, которые могут учитываться при синтезе СВК по методу ЛКС. Данные показатели дополняют установленные в [32] особенности обнаружения ошибок в кодовых словах кодами Хэмминга.

## 1. Структуры схем встроенного контроля на основе метода логической коррекции сигналов

В [21–23] подробно исследованы характеристики обнаружения ошибок в информационных символах кодами Хэмминга при безошибочности проверочных символов. Это, как отмечалось выше, актуально, когда устройства, формирующие информационные и проверочные символы, имеют отдельную реализацию, а неисправности, возникающие в них, влияют соответственно только на информационные или только на проверочные символы. Именно такая физическая реализация используется при организации СВК по традиционной структуре (рис. 1) [5, 6]. В ней любая одиночная неисправность в аппаратных средствах не может привести к искажениям одновременно и в информационных, и в проверочных символах.

Устройство  $F(x)$  на рис. 1 — это объект диагностирования. Для контроля вычислений использована СВК. В ней информационные символы  $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$  в СВК дополняются проверочными символами  $g_{m+1}, g_{m+2}, \dots, g_{n-1}, g_n$ . Их значения вычисляются блоком контрольной логики  $G(x)$ . Контроль соответствия вычисленных информационных и проверочных символов в процессе эксплуатации устройства с СВК осуществляет самопроверяемый тестер *TSC* (*totally self-checking checker*) [4].

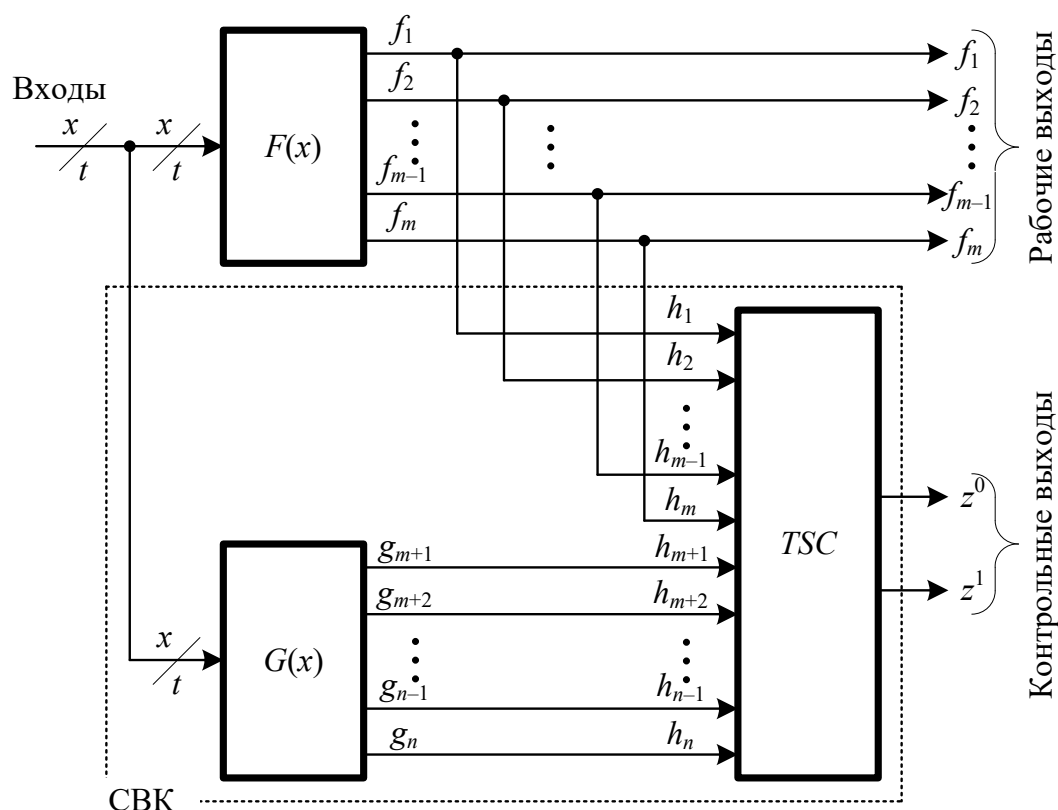


Рис. 1. Традиционная структура организации СВК с применением кода Хэмминга

Ошибки в проверочных символах обнаруживаются сразу же, так как на входах  $TSC$  будет зафиксировано несоответствие значений информационных и проверочных символов. Ошибка же в информационных символах обнаруживается только в том случае, если приводит к трансформации кодового слова в кодовое слово, не принадлежащее выбранному коду (в нашем случае — коду Хэмминга). Если же искаженное кодовое слово выбранному коду принадлежит, ошибка обнаружена не будет. Отсюда становится ясным, что свойства обнаружения ошибок в информационных символах кодовых слов напрямую определяют и особенности синтеза полностью самопроверяемых устройств по традиционной структуре.

В структуре же самопроверяемого устройства с СВК, реализованной по методу ЛКС (рис. 2), кодовые слова кода Хэмминга формируются несколько иначе. Часть выходов объекта диагностирования напрямую подключается к входам тестера, а часть — корректируется в специальном блоке коррекции сигналов (БКС) на элементах преобразования

(элементах  $XOR$ ). Таким образом, на преобразуемые функции влияют неисправности, возникающие и в блоке  $F(x)$ , и в блоке  $G(x)$ . На рис. 2 показан вариант, при котором  $m$  рабочих функций формируют значения информационных символов кода Хэмминга, а  $n-m$  проверочных определяют блоком контрольной логики  $G(x)$ . В этом случае неисправности в последнем влияют только на вычисления значений проверочных символов, а неисправности в объекте диагностирования могут влиять на вычисления значений и информационных, и проверочных символов. Структура рис. 2 может быть построена не для любого кода Хэмминга. В работах [33, 34] показано, что для случаев  $n = 2^j, j \in \mathbb{N}, j \geq 3$ , код Хэмминга не строится, соответственно, требуется еще один дополнительный бит. Он вычисляется без каких-либо преобразований блоком  $G(x)$ . Возможен и вариант, при котором большая, чем  $n-m$  часть функций объекта диагностирования, будет корректироваться в СВК.

В тех же статьях [33, 34] описан алгоритм синтеза СВК по методу ЛКС и приводятся примеры

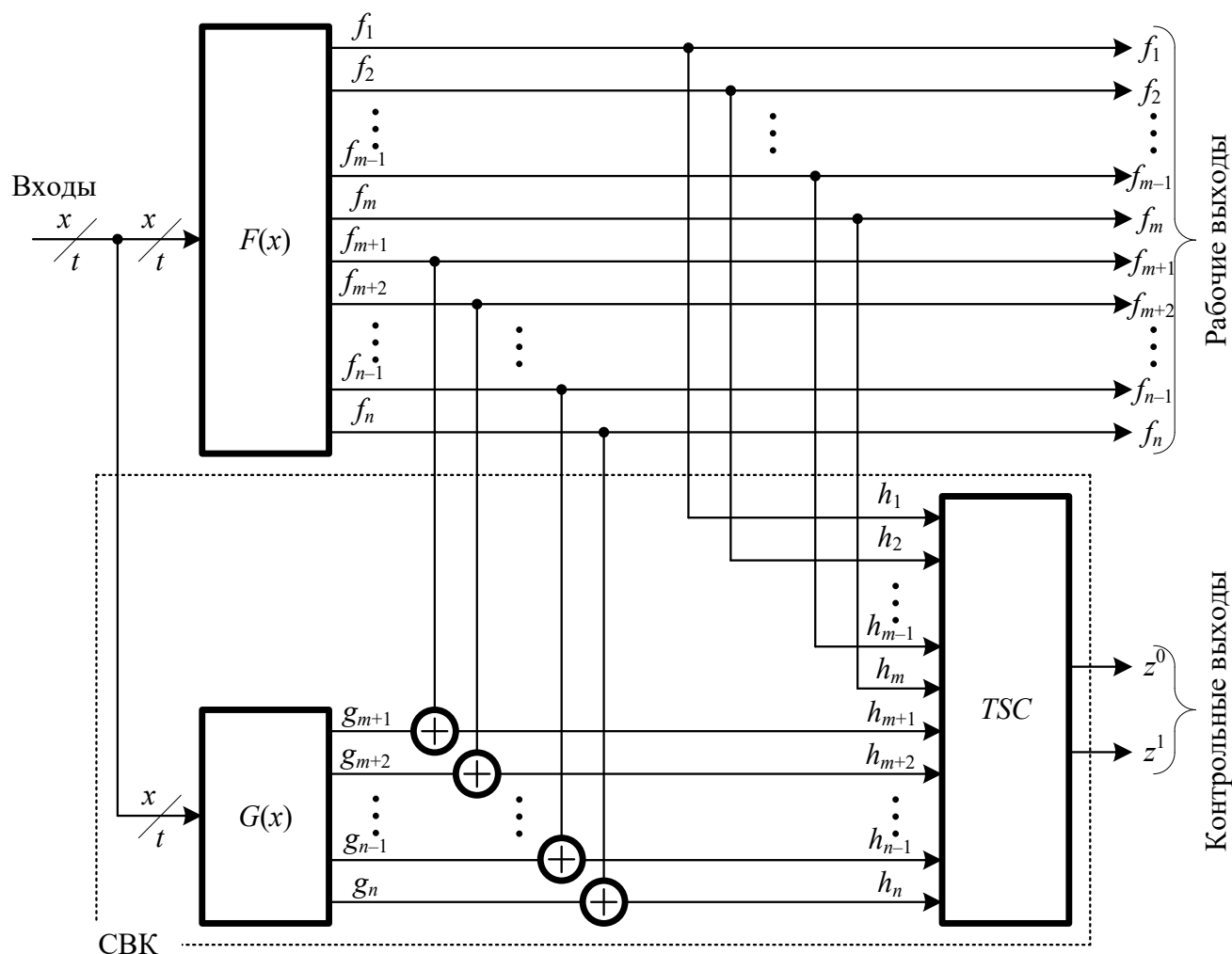


Рис. 2. Структура организации СВК с применением кода Хэмминга по методу ЛКС

реализации устройств автоматики с обнаружением неисправностей в них.

В настоящей работе поставлена *следующая задача*. Дана структура организации СВК по методу ЛКС, подразумевающая для контроля вычислений использование классического кода Хэмминга. При этом  $t$  выходов объекта диагностирования напрямую подключены к входам тестера, а значения на оставшихся  $n-t$  выходах корректируются в СВК<sup>4</sup>. Требуется установить, какие виды ошибок и каких кратностей могут возникать в битах кодовых слов при формировании полного множества информационных векторов кодов Хэмминга. При этом рассматривается устройство,

<sup>4</sup> Строго говоря, можно было бы рассматривать и общий случай, когда корректироваться могут значения на всех выходах объекта диагностирования. На саму суть решения это не влияет.

снабженное входами  $x_1, x_2, \dots, x_{t-1}, x_t$  и выходами  $f_1, f_2, \dots, f_{n-1}, f_n$ , а также возникающие на выходах ошибки при воздействии неисправностей из любого класса для объекта диагностирования. В контексте настоящей статьи модель неисправностей значения не имеет.

## 2. Характеристики обнаружения ошибок в СВК, реализованных на основе логического дополнения, кодами Хэмминга

Ошибки в кодовых словах с позиции учета их при синтезе цифровых вычислительных устройств принято классифицировать по видам и кратностям [6].

Под кратностью  $d$  понимается число искаженных бит при возникновении ошибки. Ошибка может иметь кратность  $d \in \{1, 2, \dots, n\}$ , где  $n$  — общее число бит.

**Таблица 1. Абсолютные показатели обнаружения ошибок кодами Хэмминга**

m	k	N <sub>m+k</sub>	N <sup>D*</sup> <sub>m</sub>					N <sup>DC*</sup> <sub>m+k</sub>				
			N <sup>D</sup> <sub>m</sub>	N <sup>D</sup> <sub>m,γ</sub>	N <sup>D</sup> <sub>m,σ</sub>	N <sup>D</sup> <sub>m,α</sub>	N <sup>DC</sup> <sub>m+k</sub>	N <sup>DC</sup> <sub>m+k,γ</sub>	N <sup>DC</sup> <sub>m+k,σ</sub>	N <sup>DC</sup> <sub>m+k,α</sub>		
4	3	16 256	16	4	0	12	240	58	84	98		
5	4	261 632	32	8	0	24	992	170	182	640		
6	4	1 047 552	192	40	24	128	4032	394	690	2948		
7	4	4 192 256	896	128	144	624	16 256	1310	2716	12 230		
8	4	16 773 120	3840	532	640	2668	65 280	3790	10 284	51 206		
9	4	67 100 672	15 872	1784	2688	11 400	261 632	11 702	40 316	209 614		
10	4	268 419 072	64 512	5890	10 812	47 810	1 047 552	35 590	158 004	853 958		
11	4	1 073 709 056	260 096	18 908	42 584	198 604	4 192 256	108 818	614 152	3 469 286		
12	5	17 179 738 112	520 192	37 816	85 168	397 208	16 773 120	329 362	2 152 038	14 291 720		
13	5	68 719 214 592	2 088 960	97 988	320 696	1 670 276	67 100 672	770 450	8 861 842	57 468 380		
14	5	274 877 382 656	8 372 224	282 808	1 242 832	6 846 584	268 419 072	2 327 734	34 663 532	231 427 806		
15	5	1 099 510 579 200	33 521 664	854 300	4 824 336	27 843 028	1 073 709 056	6 781 286	134 572 092	932 355 678		
16	5	4 398 044 413 952	134 152 192	2 589 880	18 736 800	112 825 512	4 294 901 760	20 401 726	525 401 364	3 749 098 670		

**Таблица 2. Относительные показатели обнаружения ошибок кодами Хэмминга**

m	k	γ	u	σ	α	γ*	u*	σ*	α*
4	3	0,098	25	0	75	1,476	24,167	35	40,833
5	4	0,012	25	0	75	0,379	17,137	18,347	64,516
6	4	0,018	20,833	12,5	66,667	0,385	9,772	17,113	73,115
7	4	0,021	14,286	16,071	69,643	0,388	8,058	16,708	75,234
8	4	0,023	13,854	16,667	69,479	0,389	5,806	15,754	78,44
9	4	0,024	11,24	16,935	71,825	0,39	4,473	15,409	80,118
10	4	0,024	9,13	16,76	74,11	0,39	3,397	15,083	81,52
11	4	0,024	7,27	16,372	76,358	0,39	2,596	14,65	82,754
12	5	0,003	7,27	16,372	76,358	0,098	1,964	12,83	85,206
13	5	0,003	4,691	15,352	79,957	0,098	1,148	13,207	85,645
14	5	0,003	3,378	14,845	81,777	0,098	0,867	12,914	86,219
15	5	0,003	2,548	14,392	83,06	0,098	0,632	12,533	86,835
16	5	0,003	1,93	13,967	84,103	0,098	0,475	12,233	87,292

Под видом ошибки понимается конкретное соотношение между числом искажаемых нулевых и единичных бит при ее возникновении.

Выделяют три основных вида ошибок: монотонные (однонаправленные), симметричные и асимметричные.

Ошибка является монотонной, если при ее возникновении искажаются только нулевые или только единичные биты кодового слова. В частности, искажение одного бита считается одиночной, хоть и монотонной, ошибкой. Выделение одиночных ошибок необходимо потому, что помехозащищенные коды должны обнаруживать такие ошибки всегда. Однако, как показано в статье [35], даже не помехозащищенный код может оказаться эффективным при построении устройства с СВК со 100 % обнаружением ошибок из заданной модели.

Ошибка является симметричной, если при ее возникновении искажается одинаковое количество нулевых и единичных бит кодового слова. Отметим, что симметричная ошибка может иметь только четную кратность.

Ошибка является асимметричной, если при ее возникновении искажается неравное количество нулевых и единичных бит кодового слова. Асимметричные ошибки имеют кратность  $d \geq 3$ . Кроме того, можно считать, что монотонные ошибки являются крайней степенью асимметричности.

Выделение трех видов ошибок позволяет учитывать характеристики избыточных кодов и использовать их для цифровых устройств с различными особенностями структур [6].

Приведем здесь результаты исследований характеристик обнаружения ошибок различных видов и кратностей в кодовых словах кодов Хэмминга. Автоматизация алгоритмов построения кодов Хэмминга и анализа характеристик обнаружения ими ошибок в кодовых словах позволила определить абсолютные и относительные показатели их обнаруживающей способности (см. табл. 1 и 2).

В табл. 1 сведены данные о числе необнаруживаемых ошибок только в информационных символах ( $N_m^{D*}$ ) и одновременно и в информационных, и в проверочных символах ( $N_{m+k}^{DC*}$ ). При этом ошибки классифицированы по видам. В столбцах  $N_{m,\nu}^D$ ,  $N_{m,\sigma}^D$ ,  $N_{m,\alpha}^D$

приводятся данные о количестве необнаруживаемых монотонных, симметричных и асимметричных ошибок соответственно только в информационных символах кодов Хэмминга. Столбец  $N_m^D$  включает в себя суммарное количество необнаруживаемых ошибок в информационных символах. В столбцах  $N_{m+k,\nu}^{DC}$ ,  $N_{m+k,\sigma}^{DC}$ ,  $N_{m+k,\alpha}^{DC}$  приводятся данные о количестве необнаруживаемых монотонных, симметричных и асимметричных ошибок соответственно и в информационных, и в проверочных символах кодов Хэмминга. В столбец  $N_{m+k}^{DC}$  занесено суммарное количество необнаруживаемых ошибок и в информационных, и в проверочных символах. В столбце  $N_{m+k}$  указано общее число ошибок, возникающих в кодовых словах кодов Хэмминга.

Анализ абсолютных характеристик обнаружения ошибок не очень удобен. Поэтому в табл. 2 приведены относительные характеристики обнаружения ошибок кодами Хэмминга. На рис. 3 и 4 они представлены в графической форме. Показатели  $\gamma$  и  $\gamma^*$  характеризуют доли необнаруживаемых ошибок кодами Хэмминга только в информационных символах и одновременно в информационных, и в проверочных символах от общего количества возможных ошибок в кодовых словах. Показатели  $\nu$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha$  характеризуют доли необнаруживаемых монотонных, симметричных, асимметричных ошибок в информационных символах от общего числа ошибок в информационных символах, а показатели  $\nu^*$ ,  $\sigma^*$ ,  $\alpha^*$  — доли необнаруживаемых монотонных, симметричных, асимметричных ошибок в кодовых словах от общего числа ошибок в кодовых словах. Заметим, что характер изменения показателей  $\nu$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha$  при увеличении  $m$  похож на характер изменения показателей  $\nu^*$ ,  $\sigma^*$ ,  $\alpha^*$ . Показатели  $\nu$  и  $\nu^*$  с увеличением значения  $m$  уменьшаются, тогда как показатели  $\sigma$  и  $\sigma^*$  находятся в диапазоне 10–20 %. Значения показателей  $\alpha$  и  $\alpha^*$  с ростом  $m$  также увеличиваются.

Следует еще раз отдельно подчеркнуть тот факт, что число необнаруживаемых ошибок, возникающих одновременно и в информационных, и в проверочных символах кода Хэмминга, существенно превышает число необнаруживаемых ошибок, возникающих только в

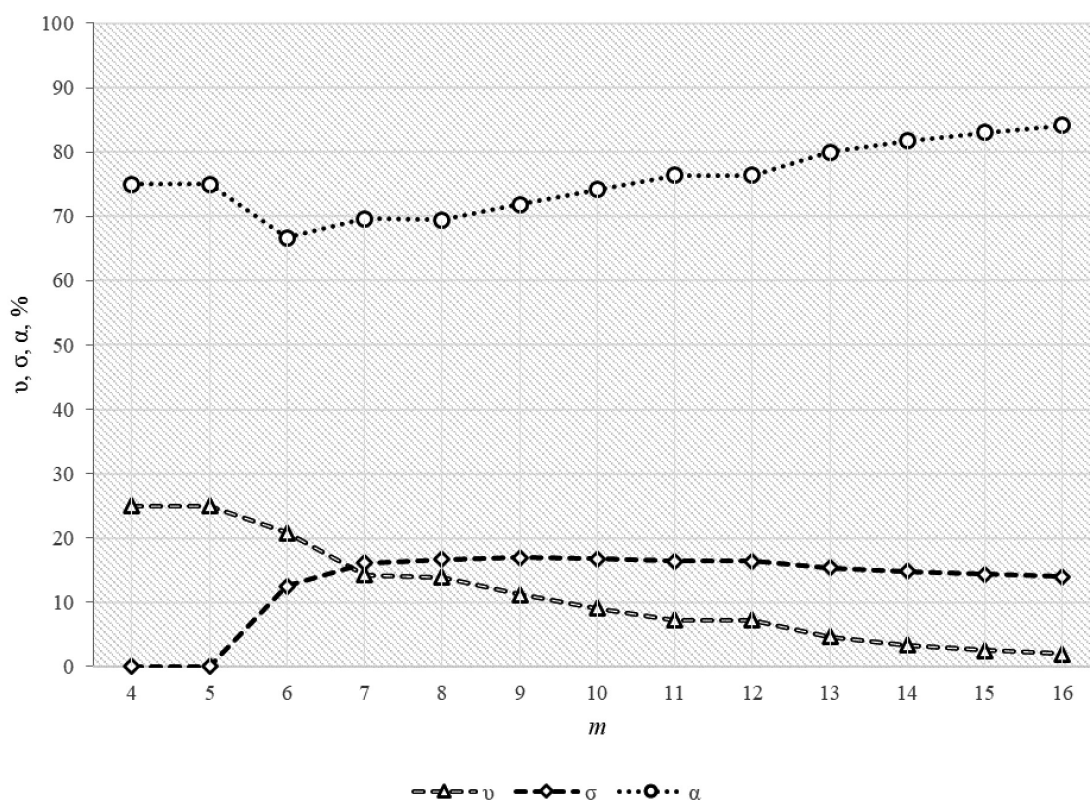


Рис. 3. Зависимости показателей  $\nu$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha$  от значения  $m$

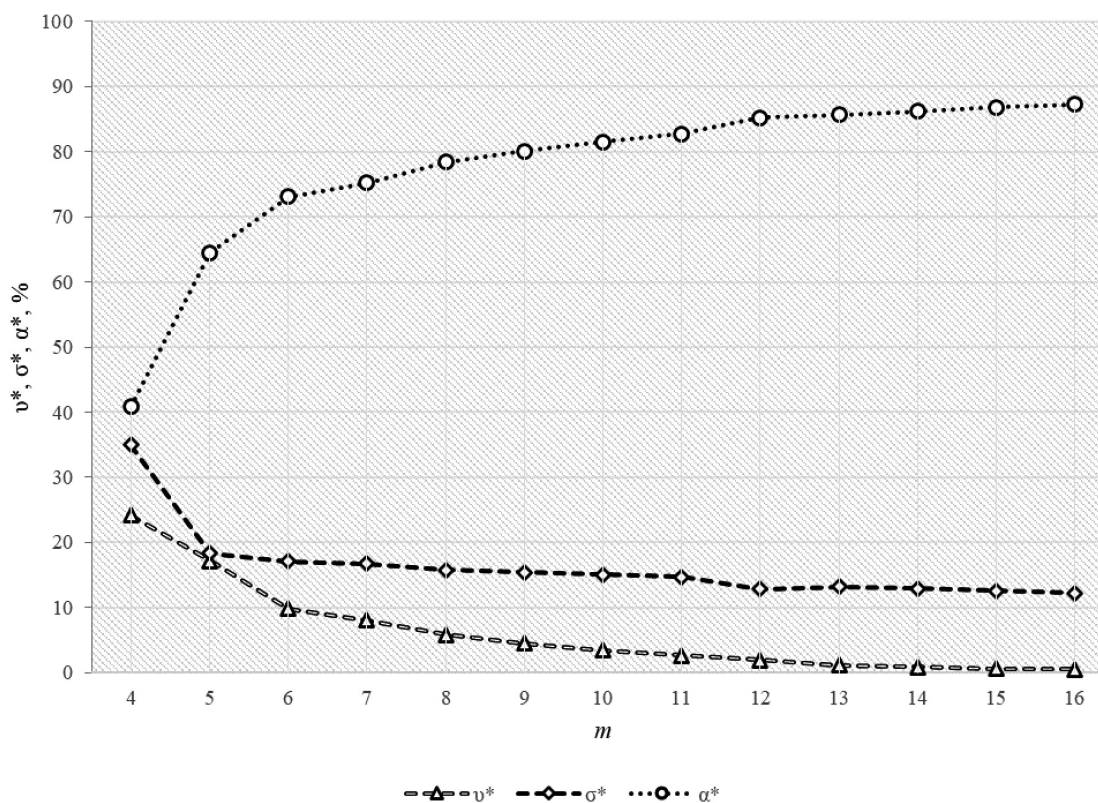


Рис. 4. Зависимости показателей  $\nu^*$ ,  $\sigma^*$ ,  $\alpha^*$  от значения  $m$



**Таблица 3. Характеристики обнаружения трехкратных ошибок кодами Хэмминга**

$m$	$k$	$N_{m+k,3}$	$N_{m+k,3}^{DC}$	$N_{m+k,3}^D$	$N_{m+k,3}^{DC \setminus D}$	$\Phi_{m+k,3}^{DC}$	$\Phi_{m+k,3}^D$	$\Phi_{m+k,3}^{DC \setminus D}$
4	3	4480	112	16	96	2,5	0,357	2,143
5	4	43 008	256	32	224	0,595	0,074	0,521
6	4	122 880	640	128	512	0,521	0,104	0,417
7	4	337 920	1664	256	1408	0,492	0,076	0,417
8	4	901 120	4352	1280	3072	0,483	0,142	0,341
9	4	2 342 912	11 264	3584	7680	0,481	0,153	0,328
10	4	5 963 776	28 672	10 240	18 432	0,481	0,172	0,309
11	4	14 909 440	71 680	26 624	45 056	0,481	0,179	0,302
12	5	89 128 960	147 456	53 248	94 208	0,165	0,06	0,106
13	5	213 909 504	311 296	114 688	196 608	0,146	0,054	0,092
14	5	508 035 072	671 744	229 376	442 368	0,132	0,045	0,087
15	5	1 195 376 640	1 474 560	557 056	917 504	0,123	0,047	0,077
16	5	2 789 212 160	3 276 800	1245 184	2 031 616	0,117	0,045	0,073

информационных символах (сравните столбцы  $N_m^D$  и  $N_{m+k}^{DC}$  в табл. 1 или столбцы  $\gamma$  и  $\gamma^*$  в табл. 2).

Всего возможно  $N_m = 2^m(2^m - 1)$  необнаруживаемых ошибок в кодовых словах кодов Хэмминга [23]. Из них только в информационных символах возникает  $N_m^D = 2^m(2^{m-k} - 1)$  ошибок. Таким образом, одновременно в информационных и в проверочных символах возможно следующее количество необнаруживаемых ошибок [32]:

$$\begin{aligned} N_{m+k}^{DC} &= N_m - N_m^D = 2^m(2^m - 1) - 2^m(2^{m-k} - 1) = \\ &= 2^m(2^m - 2^{m-k}) = 2^{2m}(1 - 2^{-k}). \end{aligned}$$

Отношение между величинами  $N_{m+k}^{DC}$  и  $N_m^D$  записывается так:

$$\vartheta_m = \frac{N_{m+k}^{DC}}{N_m^D} = \frac{2^{2m}(1 - 2^{-k})}{2^m(2^{m-k} - 1)} = \frac{2^m - 2^{m-k}}{2^{m-k} - 1} = \frac{1 - 2^{-k}}{2^{-k} - 2^{-m}}.$$

В пределе при  $m \rightarrow \infty$  данная величина становится постоянной:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \vartheta_m = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1 - 2^{-k}}{2^{-k} - 2^{-m}} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2^k - 1}{1 - 2^{k-m}} = 2^k - 1.$$

Важными показателями кодов Хэмминга являются показатели обнаружения ошибок в области малой их кратности. Одно- и

двукратные ошибки в кодовых словах кодами Хэмминга идентифицируются все. В табл. 3 и 4 приведены рассчитанные данные обнаружения трех- и четырехкратных ошибок кодами Хэмминга. Приводятся следующие данные. В столбце  $N_{m+k,d}$  приведено общее число ошибок кратностью  $d$  в кодовом слове длиной  $m+k$ . Оно определяется величиной  $N_{m+k,d} = 2^{m+k} C_{m+k}^d$ , где первый множитель характеризует общее число возможных искажений в кодовых словах длиной  $m+k$ , в второй — число вариантов искажений кратностью  $d$ .

В столбце  $N_{m+k,d}^{DC}$  сведены расчетные данные о числе необнаруживаемых ошибок кратностью  $d$  в кодовом слове. В столбце  $N_{m+k,d}^D$  сведены расчетные данные о числе необнаруживаемых ошибок кратностью  $d$  только в информационных символах. В столбце  $N_{m+k,d}^{DC \setminus D}$  занесена разница между величинами  $N_{m+k,d}^{DC}$  и  $N_{m+k,d}^D$ .

В последних трех столбцах табл. 3 и 4 записаны следующие отношения:

$$\Phi_{m+k,d}^{DC} = \frac{N_{m+k,d}^{DC}}{N_{m+k,d}} \cdot 100\%,$$

$$\Phi_{m+k,d}^D = \frac{N_{m+k,d}^D}{N_{m+k,d}} \cdot 100\%,$$

$$\Phi_{m+k,d}^{DC \setminus D} = \frac{N_{m+k,d}^{DC \setminus D}}{N_{m+k,d}} \cdot 100\%.$$

**Таблица 4. Характеристики обнаружения четырехкратных ошибок кодами Хэмминга**

m	k	$N_{m+k,4}$	$N_{m+k,4}^{DC}$	$N_{m+k,4}^D$	$N_{m+k,4}^{DCD}$	$\Phi_{m+k,4}^{DC}$	$\Phi_{m+k,4}^D$	$\Phi_{m+k,4}^{DCD}$
4	3	4480	112	0	112	2,5	0	2,5
5	4	64 512	320	0	320	0,496	0	0,496
6	4	215 040	1024	64	960	0,476	0,03	0,446
7	4	675 840	3328	384	2944	0,492	0,057	0,436
8	4	2 027 520	9728	1280	8448	0,48	0,063	0,417
9	4	5 857 280	28 160	4608	23 552	0,481	0,079	0,402
10	4	16 400 384	78 848	15 360	63 488	0,481	0,094	0,387
11	4	44 728 320	215 040	51 200	163 840	0,481	0,114	0,366
12	5	311 951 360	458 752	102 400	356 352	0,147	0,033	0,114
13	5	802 160 640	1 032 192	237 568	794 624	0,129	0,03	0,099
14	5	2 032 140 288	2 424 832	606 208	1 818 624	0,119	0,03	0,089
15	5	5 080 350 720	5 767 168	1 572 864	4 194 304	0,114	0,031	0,083
16	5	12 551 454 720	13 959 168	4 194 304	9 764 864	0,111	0,033	0,078

По полученным в табл. 3 и 4 данным можно увидеть следующую важную закономерность: число необнаруживаемых ошибок в области малой кратности, возникающих и в информационных, и в проверочных символах, существенно больше числа данных ошибок, возникающих только в информационных символах. Это важно учитывать при синтезе СВК по методу ЛКС с применением кодов Хэмминга.

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод о том, что при реализации СВК по методу ЛКС желательно разделить физически выходы объекта диагностирования, которые преобразуются, и те выходы, которые не преобразуются. Это позволит существенно уменьшить число потенциальных необнаруживаемых кодами Хэмминга ошибок на выходах цифровых вычислительных устройств.

### 3. Экспериментальные результаты

Одной из задач исследований особенностей применения кодов Хэмминга при синтезе СВК по методу ЛКС являлась оценка характеристик обнаружения ошибок при контроле тестовых комбинационных схем. Мы использовали тестовые схемы из известного набора LGSynth'89 [36]. При проведении эксперимента использовалась методика из [31], подразумевающая симуляцию всех одиночных константных неисправностей (stuck-at faults) при

поступлении на входы тестовых схем полного множества комбинаций. В эксперименте фиксировалось количество не обнаруживаемых на выходах схем ошибок с классификацией их по видам и кратностям. Дадим краткое описание полученных в эксперименте результатов.

В табл. 5 и 6 сведены данные по оценке обнаруживающей способности рассматриваемого в статье метода реализации СВК для некоторых тестовых комбинационных схем.

В табл. 5 в верхней строке для каждой схемы указано число необнаруживаемых ошибок определенного вида или кратности, а в нижней — общее количество ошибок, возникающих на выходах схем. В части необнаруживаемых ошибок, распределенных по кратностям, отметим следующее: любые одно- и двукратные ошибки при контроле по методу ЛКС с применением кодов Хэмминга обнаруживаются для всех схем. Необнаруженными оказываются некоторые ошибки с кратностями  $d \geq 3$ . Общее же количество необнаруживаемых ошибок по сравнению с числом возникающих на выходах схем ошибок крайне низко, о чем свидетельствуют данные в последнем столбце табл. 5. В табл. 6 приведены доли необнаруживаемых монотонных, симметричных, асимметричных ошибок и общего их количества от числа возникающих на выходах схем ошибок соответствующего вида — показатели  $\nu'$ ,  $\sigma'$ ,  $\alpha'$  и

**Таблица 5. Абсолютные показатели обнаружения ошибок на выходах тестовых схем**

Схема	Число выходов	Всего ошибок по кратностям $d$					Всего ошибок по видам			Всего
		1	2	3	4	5	Монотонные	Симметричные	Асимметричные	
x2	7	0	0	16	24	0	34	0	6	40
		16 624	2428	544	96	16	19 194	274	240	19 708
f51m	8	0	0	4	0	0	0	0	4	4
		12169	781	56	2	0	12 757	206	45	13 008
cm42a	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		270	8	0	0	0	271	7	0	278
pm1	13	0	0	224	768	0	56	384	552	992
		698 112	37 632	15 872	6144	0	716 384	26 720	14 656	757 760

**Таблица 6. Относительные показатели обнаружения ошибок на выходах тестовых схем**

Схема	Число выходов	$\beta'_{1'}$ , %	$\beta'_{2'}$ , %	$\beta'_{3'}$ , %	$\beta'_{4'}$ , %	$\beta'_{5'}$ , %	$u'$ , %	$\sigma'$ , %	$\alpha'$ , %	$\zeta'$ , %
x2	7	0	0	2,941	25	0	0,177	0	2,5	0,203
f51m	8	0	0	7,143	0	—	0	0	8,889	0,031
cm42a	10	0	0	—	—	—	0	0	—	0
pm1	13	0	0	1,411	12,5	—	0,008	1,437	3,766	0,131

$\zeta'$  соответственно<sup>5</sup>. Также в таблице даны доли необнаруживаемых ошибок данной кратностью  $d$  от общего числа ошибок данной кратностью — величины  $\beta'_d$ . Все относительные показатели приведены в %.

Для трех из представленных схем обнаружены все симметричные ошибки на выходах, а в классе необнаруживаемых присутствуют только трех- и четырехкратные монотонные либо асимметричные ошибки. При этом по анализу показателей  $\beta'_d$  можно видеть, что коды Хэмминга обладают высокими обнаруживающими способностями в части обнаружения ошибок малой кратностью. Например,  $\beta'_3$  не превышает 7,5 %. Для ошибок бóльших кратностей при наличии их в классе необнаруживаемых значение показателя  $\beta'_d$  возрастает. Общая же доля необнаруживаемых ошибок крайне низка: значение показателя  $\zeta'$  не превышает величины 0,25 %. Для одной схемы удалось полностью обнаружить все ошибки, возникающие на ее выходах.

<sup>5</sup> Символ «'» использован для указания аналогичных показателей обнаружения ошибок на выходах тестовых схем установленным выше показателям обнаружения ошибок в кодовых словах кодов Хэмминга.

**Таблица 7. Сравнение кодов Бергера и кодов Хэмминга при использовании в СВК, реализованных по методу ЛКС**

Схема	Код Бергера	Код Хэмминга	Всего ошибок на выходах схемы
x2	116	40	19 708
cm42a	6	0	278
pm1	13 168	992	757 760

Полученные результаты при использовании кодов Хэмминга можно сравнить с результатами экспериментов с теми же схемами, что и для кодов Бергера при их контроле по методу ЛКС [31]. К примеру, для одинаковых схем получены следующие результаты (табл. 7). Коды Хэмминга гораздо эффективнее в СВК, реализованных по методу ЛКС, чем коды Бергера. Это связано прежде всего с обнаружением ошибок в области малой их кратности данными кодами. В [37] показано, что на выходах тестовых схем доминируют ошибки с малой кратностью, а значит, лучше с ними «справляться» будет код Хэмминга. Так, на выходах схемы «x2» код Хэмминга обнаружил практически втрое большее количество ошибок, чем

код Бергера, а на выходах схемы «pm1» — примерно в 13 раз больше! На выходах же схемы «cm42a» идентифицированы все ошибки. Можно было бы сравнить также применение кодов Хэмминга при синтезе СВК для тестовых схем по методу ЛКС с использованием модульных кодов с суммированием, однако коды Бергера обладают наилучшими характеристиками обнаружения ошибок по сравнению с последними. Читатель вправе сравнить полученные в настоящем исследовании результаты с результатами, приведенными для модульных кодов с суммированием в [30].

### Заключение

Широко известные и детально изученные коды Хэмминга могут эффективно применяться на практике при синтезе СВК по методу ЛКС. Их использование позволяет сократить показатели структурной избыточности при построении устройств с обнаружением неисправностей. При этом существуют некоторые схемотехнические особенности применения кодов Хэмминга совместно с методом ЛКС.

Необходимо отметить, что благодаря своим обнаруживающим характеристикам в области ошибок малой кратностью (обнаруживаются любые одно- и двукратные ошибки) коды Хэмминга могут применяться при синтезе полностью самопроверяемых структур зачастую без схемотехнических приемов, связанных со структурным или функциональным разделением преобразуемых и непреобразуемых выходов [33, 34] или с выделением контролепригодных групп выходов объекта диагностирования [20, 23]. Приведенный пример демонстрирует такую возможность. Но становится понятным, что это потребует моделирования работы устройства с СВК для определения особенностей возникающих ошибок. Этот процесс, однако, легко автоматизируется на практике [8]. Для устройств с более сложной структурой использование схемотехнических методов получения контролепригодных выходов объекта диагностирования может потребоваться.

Применение кодов Хэмминга при синтезе СВК по методу ЛКС — перспективный подход к организации самопроверяемых цифровых устройств и вычислительных систем. ▲

### Библиографический список

1. Göessel M. *New Methods of Concurrent Checking: Edition 1* / M. Göessel, V. Ocheretny, E. Sogomonyan et al. // Dordrecht: Springer Science + Business Media B. V. — 2008. — 184 p.
2. Дрозд А. В. *Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем* / А. В. Дрозд, В. С. Харченко, С. Г. Антошук и др.; под ред. А. В. Дрозда и В. С. Харченко. — Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», 2012. — 614 с.
3. Сагалович Ю. Л. Кодовая защита оперативной памяти ЭВМ от ошибок / Ю. Л. Сагалович // *Автоматика и телемеханика*. — 1991. — № 5. — С. 3–45.
4. Сапожников В. В. *Самопроверяемые дискретные устройства* / В. В. Сапожников, В. В. Сапожников. — СПб.: Энергоатомиздат, 1992. — 224 с.
5. Согомонян Е. С. *Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы* / Е. С. Согомонян, Е. В. Слабаков. — М.: Радио и связь, 1989. — 208 с.
6. Сапожников В. В. *Теория синтеза самопроверяемых цифровых систем на основе кодов с суммированием* / В. В. Сапожников, В. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — СПб.: Лань, 2021. — 580 с.
7. Hamming R. W. *Error Detecting and Correcting Codes* / R. W. Hamming // *Bell System Technical Journal*. — 1950. — Iss. 29(2). — Pp. 147–160.
8. Tshagharyan G. *Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications* / G. Tshagharyan, G. Harutyunyan, S. Shoukourian et al. // *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29 — October 2, 2017. — Pp. 25–28. — DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
9. Ojiganov A. A. *The Use of Hamming Codes in Digital Angle Converters Based on Pseudo-Random Code Scales* / A. A. Ojiganov // *Measurement Techniques*. — 2015. — Vol. 58. — Iss. 5. — Pp. 512–519. — DOI: 10.1007/s11018-015-0746-7.
10. Nikitin D. *Automatic Locomotive Signalization System Modification with Weight-Based Sum Codes* / D. Nikitin, A. Manakov, A. Nikitin et al. // *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29 — October 2, 2017. — Pp. 332–336. — DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110099.
11. Demidenko S. *Analysis and Generation of Test Sequences Based on Hamming Code and its Modifications* / S. Demidenko, A. Ivanyukovich, L. Makhist // *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, 24–27 April 2006, Sorrento, Italy. — DOI: 10.1109/IMTC.2006.328404.
12. Klockmann A. *A New 3-bit Burst-Error Correcting Code* / A. Klockmann, G. Georgakos, M. Goessel // *IEEE 23rd International Symposium on On-Line Testing and Robust System Design (IOLTS)*, 3–5 July 2017, Thessaloniki, Greece. — DOI: 10.1109/IOLTS.2017.8046167.
13. Mukherjee C. *Hamming Code Generators using LTeX Module of Quantum-dot Cellular Automata* / C. Mukherjee, S. Panda, B. Maji, A. K. Mukhopadhyay et al. // *Devices for Integrated Circuit (DevIC)*, 23–24 March 2019, Kalyani, India. — DOI: 10.1109/DEVIC.2019.8783545.

14. Stempkovsky A. L. CICADA: A New Tool to Design Circuits with Correction and Detection Abilities / A. L. Stempkovsky, T. D. Zhukova, D. V. Telpukhov et al. // *International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*, 13–15 May 2021, Kazan, Russia. — Pp. 1–5. — DOI: 10.1109/SIBCON50419.2021.9438900.
15. Белоусов А. И. Дискретная математика / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — 3-е изд., стереотип. — М.: Изд-во МГТУ им Н. Э. Баумана, 2004. — 744 с.
16. Гессель М. Исследование комбинационных самопроверяемых устройств с независимыми и монотонно независимыми выходами / М. Гессель, А. А. Морозов, В. В. Сапожников и др. // *Автоматика и телемеханика*. — 1997. — № 2. — С. 180–193.
17. Morosov A. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs / A. Morosov, V. V. Saposhnikov, V. I. Saposhnikov et al. // *VLSI Design*. — 1998. — Vol. 5. — Iss. 4. — Pp. 333–345. — DOI: 10.1155/1998/20389.
18. Сагалович Ю. Л. Обнаружение неисправностей в схемной реализации системы монотонных булевых функций / Ю. Л. Сагалович, В. Ю. Соломенников // *Проблемы передачи информации*. — 1997. — Т. 33. — № 2. — С. 81–93.
19. Гессель М. Построение комбинационных самопроверяемых устройств с монотонно независимыми выходами / М. Гессель, А. А. Морозов, В. В. Сапожников и др. // *Автоматика и телемеханика*. — 1994. — № 7. — С. 148–160.
20. Ефанов Д. В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств на основе выделения специальных групп выходов / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, В. В. Сапожников // *Автоматика и телемеханика*. — 2018. — № 9. — С. 79–94.
21. Ефанов Д. В. Предельные свойства кода Хэмминга в схемах функционального диагностирования / Д. В. Ефанов // *Информатика и системы управления*. — 2011. — № 3. — С. 70–79.
22. Сапожников В. В. Особенности применения кодов Хэмминга при организации самопроверяемых схем встроенного контроля / В. В. Сапожников, В. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. — 2018. — Т. 61. — № 1. — С. 47–59. — DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-47-59.
23. Сапожников В. В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств / В. В. Сапожников, В. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — СПб.: Наука, 2018. — 151 с.
24. Тельпухов Д. В. Применение кода Хэмминга в задаче повышения сбоеустойчивости комбинационных схем / Д. В. Тельпухов, Т. Д. Жукова, А. Н. Щелоков и др. // *Известия ЮФУ. Технические науки*. — 2021. — № 4(221). — С. 220–231. — DOI: 10.18522/2311-3103-2021-4-220-231.
25. Гессель М. Логическое дополнение — новый метод контроля комбинационных схем / М. Гессель, А. В. Морозов, В. В. Сапожников и др. // *Автоматика и телемеханика*. — 2003. — № 1. — С. 167–176.
26. Saposhnikov V. I. Experimental Results for Self-Dual Multi-Output Combinational Circuits / V. I. Saposhnikov, V. I. Moshanin, V. I. Saposhnikov et al. // *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*. — 1999. — Vol. 14. — Iss. 3. — Pp. 295–300. — DOI: 10.1023/A:1008370405607.
27. Dmitriev A. New Self-Dual Circuits for Error Detection and Testing / A. Dmitriev, V. Saposhnikov, V. I. Saposhnikov et al. // *VLSI Design*. — 2000. — Vol. 11. — Iss. 1. — Pp. 1–21. — DOI: 10.1155/2000/84720.
28. Гессель М. Контроль комбинационных схем методом логического дополнения / М. Гессель, А. В. Морозов, В. В. Сапожников и др. // *Автоматика и телемеханика*. — 2005. — № 8. — С. 161–172.
29. Das D. K. Constraint Don't Cares for Optimizing Designs for Concurrent Checking by 1-out-of-3 Codes / D. K. Das, S. S. Roy, A. Dmitriev et al. // *Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems, Freiberg, Germany, September, 2012*. — Pp. 33–40.
30. Efanov D. Specifics of Error Detection with Modular Sum Codes in Concurrent Error-Detection Circuits Based on Boolean Complement Method / D. Efanov, G. Osadchy, M. Zueva // *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021), Batumi, Georgia, September 10–13, 2021*. — Pp. 59–69. — DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581036.
31. Efanov D. Special Aspects of Errors Definition via Sum Codes within Embedded Control Schemas Being Realized by Means of Boolean Complement Method / D. Efanov, G. Osadchy, M. Zueva // *Proceedings of 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2021), Vol. 1, Cracow, Poland, September 22–25, 2021*. — Pp. 424–431. — DOI: 10.1109/IDAACS53288.2021.9660837.
32. Ефанов Д. В. Особые свойства кодов Хэмминга, проявляющиеся при синтезе самопроверяемых цифровых устройств / Д. В. Ефанов // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. — 2023. — Т. 66. — № 2. — С. 85–99. — DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-2-85-99.
33. Ефанов Д. В. Организация самопроверяемых цифровых устройств по методу логического дополнения с применением кодов Хэмминга / Д. В. Ефанов, Д. В. Пивоваров, Г. В. Осадчий и др. // *Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС)*. — 2022. — № 1. — С. 43–49. — DOI: 10.31114/2078-7707-2022-1-43-49.
34. Ефанов Д. В. Применение кодов с эффективным обнаружением ошибок в области малой кратности при синтезе схем встроенного контроля по методу логического дополнения / Д. В. Ефанов, Д. В. Пивоваров, Г. В. Осадчий и др. // *Информационные технологии*. — 2022. — Т. 28. — № 6. — С. 283–293. — DOI: 10.17587/it.28.283-293.
35. Ефанов Д. В. Принципы формирования равномерных избыточных кодов для синтеза самопроверяемых комбинационных устройств на основе данных об их структурах / Д. В. Ефанов // *Информационные технологии*. — 2022. — Т. 28. — № 9. — С. 489–496. — DOI: 10.17587/it.28.489-496.
36. Collection of Digital Design Benchmarks. — URL: <http://ddd.fit.cvut.cz/www/prj/Benchmarks/>.
37. Дмитриев В. В. Коды с суммированием с эффективным обнаружением двукратных ошибок для организации систем функционального контроля логических устройств / В. В. Дмитриев, Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников и др. // *Автоматика и телемеханика*. — 2018. — № 4. — С. 105–122.

TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH, 2023, Vol. 9, No. 3, pp. 283–297  
DOI: 10.20295/2412-9186-2023-9-03-283-297

### Study of the Characteristics of Error Detection with Hamming Codes, the Consideration of which is Appropriate for the Synthesis of Self-Checking Automation Devices

#### Information about authors

**Efanov D. V.**, Doctor in Engineering, Professor, IEEE Member, Full-member of International Transport Academy, General Director Deputy on Research<sup>1</sup>, Professor<sup>2,3,4</sup>.

E-mail: TrES-4b@yandex.ru

**Zueva M. V.**, Data Analyst<sup>5</sup>. E-mail: marina-seo-media@yandex.ru

**Pashukov A. V.**, Senior Lecturer of the Department<sup>3</sup>. E-mail: art\_pash@mail.ru

<sup>1</sup>Scientific Research and Design Institute “Transport and Construction Safety” LLC, Saint Petersburg

<sup>2</sup>Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Mechanical Engineering, Material and Transport Institute, Higher School of Transport, Saint Petersburg

<sup>3</sup>Russian University of Transport (MIIT), Department of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport, Moscow

<sup>4</sup>Tashkent State Transport University, Department of Automation and Remote Control, Tashkent

<sup>5</sup>PJSC “Bank Saint-Petersburg”, Saint Petersburg

**Abstract:** The peculiarities of using Hamming codes in the synthesis of automatic devices with fault detection are investigated. Such devices imply the organization of concurrent error-detection circuits to detect occurring faults indirectly based on the results of calculating the values of operational functions. Various methods can be used by the implementation of concurrent error-detection circuit. In this study, the focus is shifted to the issues of synthesizing concurrent error-detection circuits using the method of Boolean signal correction (the method of Boolean complementation). This method involves transforming all or part of the signals coming from the diagnostic object in the concurrent error-detection circuit in such a way that the code word generated after the signal correction block belongs to a preselected block uniform code. The study considers the application of classical Hamming codes for these purposes. The use of the method of Boolean signal correction allows obtaining the values of the informational symbols of the code words of the Hamming code directly as values at the operational outputs of the diagnostic object, while the check symbols are obtained by correcting signals from some of the operational outputs. However, it is also possible to use transformations of operational function values to obtain informational symbols, which expands the number of ways to organize the concurrent error-detection circuit. The article presents previously unknown absolute and relative error detection metrics in the code words of the Hamming code, taking into account their categorization based on types (according to the number of distortions in zero and one bits) and multiplicities. The experimental results with test combinational circuits confirm the effectiveness of using the method of Boolean signal correction with computation control using Hamming codes for synthesizing concurrent error-detection circuits. The results obtained in this study extend the theory of synthesis for self-checking digital devices and computational systems and can be practically applied in improving the methods for synthesizing automatic devices with fault detection.

**Keywords:** automatic devices with fault detection; self-checking digital device; method of Boolean signal correction; Hamming code; error detection in code words; undetectable error; synthesis of concurrent error-detection circuit.

#### References

1. Gössel M., Ocheretny V., Sogomonyan E. et al. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science + Business Media B.V., 2008, 184 p.

2. Drozd A. V., Kharchenko V. S., Antoshchuk S. G. et al. *Rabochee diagnostirovanie bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem*. Pod red. A. V. Drozda i V. S. Kharchenko [Working diagnostics of safe information and control systems. Ed. A. V. Drozd and V. S. Kharchenko]. Khar'kov: Natsional'nyy aerokosmicheskiy universitet im. N. E. Zhukovskogo “KhAI” Publ., 2012, 614 p. (In Russian)
3. Sagalovich Yu. L. Kodovaya zashchita operativnoy pamyati EVM ot oshibok [Code protection of computer RAM from errors]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Telemechanics]. 1991, Iss. 5, pp. 3–45. (In Russian)
4. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. *Samoproveryaemye diskretnye ustroystva* [Self-checking discrete devices]. St. Petersburg: Energoatomizdat Publ., 1992, 224 p. (In Russian)
5. Sogomonyan E. S., Slabakov E. V. *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivyye sistemy* [Self-checking devices and fault-tolerant systems]. Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1989, 208 p. (In Russian)
6. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V. *Teoriya sinteza samoproveryaemykh tsifrovyykh sistem na osnove kodov s summirovaniem* [Theory of synthesis of self-checking digital systems based on codes with summation]. St. Petersburg: Lan' Publ., 2021, 580 p.
7. Hamming R. W. Error Detecting and Correcting Codes. *Bell System Technical Journal*, 1950, Iss. 29(2), pp. 147–160. (In Russian)
8. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S. et al. Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29 October 2, 2017, pp. 25–28. DOI: 10.1109/EWDS.2017.8110065.
9. Ojiganov A. A. The Use of Hamming Codes in Digital Angle Converters Based on Pseudo-Random Code Scales. *Measurement Techniques*, 2015, vol. 58, Iss. 5, pp. 512–519. DOI: 10.1007/s11018-015-0746-7.
10. Nikitin D., Manakov A., Nikitin A. et al. Automatic Locomotive Signalization System Modification with Weight-Based Sum Codes. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29 October 2, 2017, pp. 332–336. DOI: 10.1109/EWDS.2017.8110099.
11. Demidenko S., Ivanyukovich A., Makhist L. Analysis and Generation of Test Sequences Based on Hamming Code and its Modifications. *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, 24–27 April 2006, Sorrento, Italy. DOI: 10.1109/IMTC.2006.328404.
12. Klockmann A., Georgakos G., Goessel M. A New 3-bit Burst-Error Correcting Code. *IEEE 23rd International Symposium on On-Line Testing and Robust System Design (IOLTS)*, 3–5 July 2017, Thessaloniki, Greece. DOI: 10.1109/IOLTS.2017.8046167.
13. Mukherjee C., Panda S., Maji B. et al. Hamming Code Generators using LTeX Module of Quantum-dot Cellular Automata. *Devices for Integrated Circuit (DevIC)*, 23–24 March 2019, Kalyani, India. DOI: 10.1109/DEVIC.2019.8783545.
14. Stempkovsky A. L., Zhukova T. D., Telpukhov D. V. et al. CICADA: A New Tool to De-sign Circuits with Correction and Detection Abilities. *International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*, 13–15 May 2021, Kazan, Russia, pp. 1–5. DOI: 10.1109/SIBCON50419.2021.9438900.
15. Belousov A. I., Tkachev S. B. *Diskretnaya matematika*. Pod red. V. S. Zarubina, A. P. Krishchenko. 3-e izd., stereotip. [Discrete Math. Ed. V.S. Zarubina, A.P. Krishchenko. 3rd ed., stereotype]. Moscow: Izd-vo MGTU im N. E. Bauman Publ., 2004, 744 p. (In Russian)
16. Gessel' M., Morozov A. A., Sapozhnikov V. V. et al. Issledovanie kombinatsionnykh samoproveryaemykh ustroystv s nezavisimymi i monotonno nezavisimymi vykhodami [Investigation of combinational self-checking devices with independent and monotonically independent outputs]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 1997, Iss. 2, pp. 180–193. (In Russian)
17. Morosov A., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. et al. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs. *VLSI Design*, 1998, vol. 5, Iss. 4, pp. 333–345. DOI: 10.1155/1998/20389.
18. Sagalovich Yu. L., Solomennikov V. Yu. Obnaruzhenie neispravnostey v skhemnoy realizatsii sistemy monotonnykh bulevykh funktsiy [Detection of faults in the circuit

- implementation of a system of monotonic Boolean functions]. *Problemy peredachi informatsii* [Problems of information transmission]. 1997, vol. 33, Iss. 2, pp. 81–93. (In Russian)
19. Gessel' M., Morozov A. A., Sapozhnikov V. V. et al. Postroenie kombinatsionnykh samoproveryaemykh ustroystv s monotonno nezavisimymi vykhodami [Construction of combinational self-testing devices with monotonically independent outputs]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 1994, Iss. 7, pp. 148–160. (In Russian)
  20. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Sintez samoproveryaemykh kombinatsionnykh ustroystv na osnove vydeleniya spetsial'nykh grupp vykhodov [Synthesis of self-checking combinational devices based on the selection of special groups of outputs]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 2018, Iss. 9, pp. 79–94. (In Russian)
  21. Efanov D. V. Predel'nye svoystva koda Khemminga v skhemakh funktsional'nogo diagnostirovaniya [Limit properties of the Hamming code in functional diagnostic schemes]. *Informatika i sistemy upravleniya* [Informatics and control systems]. 2011, Iss. 3, pp. 70–79. (In Russian)
  22. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V. Osobennosti primeneniya kodov Khemminga pri organizatsii samoproveryaemykh skhem vstroennogo kontrolya [Features of the use of Hamming codes in the organization of self-checking schemes of built-in control]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering]. 2018, vol. 61, Iss. 1, pp. 47–59. DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-47-59. (In Russian)
  23. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V. Kody Khemminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv [Hamming codes in systems of functional control of logical devices]. St. Petersburg: Nauka Publ., 2018, 151 p. (In Russian)
  24. Tel'pukhov D. V., Zhukova T. D., Shchelokov A. N. et al. Primenenie koda Khemminga v zadache povysheniya sboeustoychivosti kombinatsionnykh skhem [Application of the Hamming code in the problem of increasing the fault tolerance of combinational circuits]. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Technical science]. 2021, Iss. 4 (221), pp. 220–231. DOI: 10.18522/2311-3103-2021-4-220-231. (In Russian)
  25. Gessel' M., Morozov A. V., Sapozhnikov V. V. et al. Logicheskoe dopolnenie novyy metod kontrolya kombinatsionnykh skhem [Logical addition — a new method for controlling combinational circuits]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 2003, Iss. 1, pp. 167–176. (In Russian)
  26. Sapozhnikov V. V., Moshanin V., Sapozhnikov V. V. et al. Experimental Results for Self-Dual Multi-Output Combinational Circuits. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1999, vol. 14, Iss. 3, pp. 295–300. DOI: 10.1023/A:1008370405607.
  27. Dmitriev A., Sapozhnikov V., Sapozhnikov V. V. et al. New Self-Dual Circuits for Error Detection and Testing. *VLSI Design*, 2000, vol. 11, Iss. 1, pp. 1–21. DOI: 10.1155/2000/84720.
  28. Gessel' M., Morozov A. V., Sapozhnikov V. V. et al. Kontrol' kombinatsionnykh skhem metodom logicheskogo dopolneniya [Control of combinational circuits by the method of logical complement]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 2005, Iss. 8, pp. 161–172. (In Russian)
  29. Das D. K., Roy S. S., Dmitriev A. et al. Constraint Don't Cares for Optimizing Designs for Concurrent Checking by 1-out-of-3 Codes. *Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems*, Freiberg, Germany, September, 2012, pp. 33–40.
  30. Efanov D., Osadchy G., Zueva M. Specifics of Error Detection with Modular Sum Codes in Concurrent Error-Detection Circuits Based on Boolean Complement Method. *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*, Batumi, Georgia, September 10–13, 2021, pp. 59–69. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581036.
  31. Efanov D., Osadchy G., Zueva M. Special Aspects of Errors Definition via Sum Codes with-in Embedded Control Schemas Being Realized by Means of Boolean Complement Method // *Proceedings of 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2021)*, Vol. 1, Cracow, Poland, September 22–25, 2021, pp. 424–431. DOI: 10.1109/IDAACS53288.2021.9660837.
  32. Efanov D. V. Osobyie svoystva kodov Khemminga, proyavlyayushchiesya pri sinteze samo-proveryaemykh tsifrovyykh ustroystv [Special properties of Hamming codes, manifested in the synthesis of self-checking digital devices]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering]. 2023, vol. 66, Iss. 2, pp. 85–99. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-2-85-99. (In Russian)
  33. Efanov D. V., Pivovarov D. V., Osadchy G. V. et al. Organizatsiya samoproveryaemykh tsifrovyykh ustroystv po metodu logicheskogo dopolneniya s primeneniem kodov Khemminga [Organization of self-checking digital devices by the logical complement method using Hamming codes]. *Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoelektronnykh sistem (MES)* [Problems of development of promising micro- and nanoelectronic systems (MES)]. 2022, Iss. 1, pp. 43–49. DOI: 10.31114/2078-7707-2022-1-43-49. (In Russian)
  34. Efanov D. V., Pivovarov D. V., Osadchy G. V. et al. Primenenie kodov s effektivnym obnaruzheniem oshibok v oblasti maloy kratnosti pri sinteze skhem vstroennogo kontrolya po metodu logicheskogo dopolneniya [Application of Codes with Efficient Error Detection in the Region of Low Multiplicity in the Synthesis of Embedded Control Circuits by the Logical Complement Method]. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technology]. 2022, vol. 28, Iss. 6, pp. 283–293. DOI: 10.17587/it.28.283-293. (In Russian)
  35. Efanov D. V. Printsipy formirovaniya ravnomernykh izbytochnykh kodov dlya sinteza samoproveryaemykh kombinatsionnykh ustroystv na osnove dannyykh ob ikh strukturakh [Principles of formation of uniform redundant codes for the synthesis of self-checking combinational devices based on data on their structures]. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technology]. 2022, vol. 28, Iss. 9, pp. 489–496. DOI: 10.17587/it.28.489-496. (In Russian)
  36. Collection of Digital Design Benchmarks. Available at: <http://ddd.fit.cvut.cz/www/prj/Benchmarks/>.
  37. Dmitriev V. V., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V. et al. Kody s summirovaniem s effektivnym obnaruzheniem dvukratnykh oshibok dlya organizatsii sistem funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv [Summation codes with effective detection of double errors for the organization of functional control systems for logical devices]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 2018, Iss. 4, pp. 105–122. (In Russian)