

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА СКОРОСТИ НАЧАЛА АКВАПЛАНИРОВАНИЯ В АЛГОРИТМАХ БЕСПИЛОТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

**КУВЕРИН Игорь Юрьевич**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры; e-mail: igorkuv@mail.ru

**ГУСЕВА Инна Андреевна**, аспирант; e-mail: guseva11.ia@yandex.ru

**ГУСЕВ Сергей Александрович**, д-р экон. наук, профессор, заведующий кафедрой; e-mail: o051nm@yandex.ru

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., кафедра «Организация перевозок, безопасность движения и сервис автомобилей», Саратов

В статье представлена аналитическая модель расчета скорости начала аквапланирования автотранспортного средства с учетом текущих дорожных условий. Актуальность исследования обусловлена высокой долей дорожно-транспортных происшествий, связанных с нарушением скоростного режима движения в неблагоприятных погодных условиях. Авторами разработана математическая модель, основанная на интегральных уравнениях сохранения массы и импульса, учитывающая геометрические параметры шины, характеристики водяной пленки и дорожного покрытия. Предложенная модель позволяет рассчитать критическую скорость начала аквапланирования для конкретного транспортного средства. В статье приведены результаты расчетного моделирования исследования влияния различных факторов на скорость начала аквапланирования по разработанной модели. Результаты исследования могут быть использованы для повышения безопасности дорожного движения, в том числе при эксплуатации беспилотных транспортных средств, проектировании транспортной инфраструктуры, проведении автотехнической экспертизы, а также для обеспечения безопасного взлета и посадки летательных аппаратов самолетного типа.

**Ключевые слова:** аквапланирование; безопасность дорожного движения; критическая скорость движения; математическое моделирование; дорожные условия; водяная пленка на дорожном покрытии; беспилотные транспортные средства.

DOI: 10.20295/2412-9186-2025-11-01-30-54

## ▼ Введение

Организация безопасности дорожного движения как комплекс мер по поддержанию заданного уровня обслуживания дорожного движения включает в себя вопросы помощи водителю в поддержании безопасных режимов движения с учетом состояния дорожного покрытия, погодных условия и других факторов. Согласно статистике, большое количество дорожно-транспортных происшествий (ДТП) происходит под влиянием неблагоприятных климатических факторов, а именно: атмосферных осадков, таяния льда и снежного покрова. Так, по статистике Российской Федерации за 2023 год, только в зимние месяцы причиной 15 % ДТП с выездом на полосу, предназначенную для встречного движения, стала мокрая дорога [1]. Для повышения безопасности дорожного движения (БДД) в условиях воздействия указанных факторов необходимо ограничение скорости между автотранспортными средствами до

безопасных значений. В 2023 году почти пятая часть (19,7 %, или 26 106) [1] всех ДТП была связана с нарушением скоростного режима движения. На данные происшествия пришлось более четверти (26,8 %, или 3 881) погибших и почти пятая часть (19,9 %, или 33 174) раненых [1]. При этом количество ДТП возросло на 8,6 %, число погибших — на 2,2 %, раненых — на 8 % [1]. Рост показателей аварийности отмечается пятый год подряд. ДТП, связанные с нарушением скоростного режима движения, включают происшествия, произошедшие из-за несоответствия скорости конкретным условиям движения (92 %) и превышения установленной скорости движения (8 %).

В связи с этим особую актуальность приобретает определение безопасной скорости движения автотранспортных средств при текущем состоянии дорожного покрытия [2]. При наличии водяной пленки на поверхности дорожного покрытия и определенной скорости

движения возможна потеря управляемости вследствие влияния аквапланирования. Явление аквапланирования заключается в отрыве колеса от дорожного покрытия под действием водяного клина и потере управляемости вследствие отсутствия контакта между колесом и дорогой. Скорость начала аквапланирования зависит от целого ряда факторов, основные из которых — толщина водяной пленки, нагрузка на колесо, геометрические параметры колеса и др. В связи с этим объективная оценка водителем скорости начала аквапланирования затруднительна, так как базируется в основном на опыте профессиональной деятельности, что позволяет сформулировать задачу об актуальности расчетного определения данной скорости для конкретного автотранспортного средства в текущих дорожных условиях.

Особую актуальность данная задача приобретает для организации движения беспилотных автотранспортных средств, так как ее решение позволяет разработать алгоритмы управления движением с учетом обеспечения безопасных режимов. Одновременно с указанными вопросами задача обеспечения БДД может решаться не только в процессе эксплуатации автотранспортных средств, но и при проектировании транспортной инфраструктуры. При этом наличие достоверных методов определения скорости начала аквапланирования позволит выявить опасные участки и предотвратить потенциальное возникновение ДТП в ходе проектирования наложением эффективного стока воды, ограничением скорости движения, подбором способов и методов обслуживания дорожного покрытия. Объективная оценка явления аквапланирования имеет большое значение при проведении автотехнической экспертизы для установления истинных причин ДТП и наказания виновных. Точная оценка безопасной скорости движения до начала аквапланирования может не только повысить уровень БДД, но и подобрать максимально возможный с точки зрения безопасности скоростной режим, тем самым повысив экономические показатели транспортного процесса и уровень обслуживания дорожного движения. Также методика определения скорости начала аквапланирования может

использоваться в обеспечении безопасного взлета и посадки атмосферных и аэрокосмических летательных аппаратов самолетного типа.

Целью работы является создание уточненной модели расчета скорости начала аквапланирования конкретного автотранспортного средства в текущих дорожных условиях. Задачи исследования: провести анализ существующих методических подходов к определению скорости начала аквапланирования автотранспортных средств; научно обосновать необходимость учета толщины водяной пленки, нагрузки на колесо, геометрических параметров колеса при расчетах; разработать уточненную модель расчета скорости начала аквапланирования с учетом параметров конкретного автотранспортного средства и текущих дорожных условий; разработать программное обеспечение для автоматизированного расчета на основе разработанной модели.

### **1. Существующие способы определения скорости начала аквапланирования**

Существует несколько подходов к расчету скорости начала аквапланирования, каждый из которых имеет свои особенности и применимость в зависимости от условий исследования и доступных данных.

#### *1. Расчет на основе экспериментальных данных.*

Этот подход основывается на результатах экспериментов, в которых моделируются реальные условия движения автомобиля по мокрой поверхности. Экспериментальные данные позволяют учесть множество факторов, влияющих на аквапланирование, например, состояние дорожного покрытия, тип и износ шины [3].

Экспериментальные методы расчета скорости начала аквапланирования основываются на обработке данных, полученных в ходе испытаний шин в реальных условиях или на специально оборудованных полигонах. Эти методы позволяют учесть множество факторов, связанных с поведением автомобиля на мокрой дороге, таких как давление в шинах, глубина протектора, толщина водяного слоя и характеристики дорожного покрытия. На основании этих данных были разработаны несколько эмпирических моделей, наиболее известные из которых [4]: Галлауэя, PAVDRN, Университета

Южной Флориды (USF), NASA (модель Horne-Dreher, по именам авторов — Уильяма Хорна и Роберта Дрехера), Общества автомобильных инженеров (SAE), Horne-Lane (разработана инженерами NASA Уильямом Хорном (William Horne) и Джоном Лейном (John Lane)). Каждая из этих моделей имеет свои особенности и ограничения, однако для всех них можно выделить общие недостатки:

- ограниченность данных. Экспериментальные модели строятся на основе данных, собранных в определенных условиях (например, на конкретных типах шин и дорожных покрытиях). Это ограничивает их универсальность — такие модели могут быть менее точными при условиях, отличающихся от тех, что использовались в испытаниях;
- простота уравнений. Большинство эмпирических моделей используют относительно простые формулы с эмпирическими коэффициентами, которые не всегда могут адекватно описать сложное взаимодействие шины и водной пленки. Это упрощение может приводить к ошибкам в расчетах при сложных условиях, таких как неровности дорожного покрытия или изношенные шины;
- невозможность учета всех факторов. Экспериментальные модели часто не могут учесть все факторы, влияющие на аквапланирование.

2. *Расчет на основе совместного использования вычислительной гидродинамики (Computational Fluid Dynamics — CFD) и конечномерного анализа (Finite Element Analysis — FEA).*

Конечномерный анализ (методы конечных элементов) и вычислительная гидродинамика позволяют детализировано моделировать взаимодействие колеса с водной поверхностью, учитывая сложные геометрические и физические параметры.

Совместное использование подходов CFD и FEA представляет собой наиболее точный и детализированный подход для определения скорости аквапланирования [5–9]. Этот метод позволяет учесть как гидродинамические процессы, связанные с движением воды под шиной, так и механическое поведение шины, включающее ее деформацию под воздействием нагрузок. В отличие от традиционных эмпирических моделей, которые используют упрощенные

уравнения, подход CFD и FEA позволяет моделировать сложные физические взаимодействия и получить более точные результаты.

К преимуществам сопряженного моделирования CFD и FEA относятся:

- высокая точность; сопряженное моделирование позволяет более точно моделировать сложные процессы аквапланирования, учитывая как гидродинамические, так и механические аспекты;
- гибкость; можно моделировать различные дорожные условия, типы шин и сценарии движения, что делает метод универсальным для различных ситуаций;
- визуализация: CFD и FEA позволяют получить наглядные данные о том, как вода распределяется под шиной, как шина деформируется и как изменяется контактная площадь. Это помогает глубже понять механизм аквапланирования;
- моделирование сложной геометрии: FEA позволяет учитывать сложную геометрию шины, включая протектор и материалы, что важно для точного предсказания поведения шины.

Недостатки данного подхода:

- высокие вычислительные затраты: сопряженное моделирование требует значительных вычислительных ресурсов и времени. Для проведения точных расчетов может потребоваться суперкомпьютер или кластер;
- сложность настройки: настройка граничных условий, геометрии и сетки требует высокой квалификации и опыта. Неправильно настроенные параметры могут привести к неверным результатам;
- долгое время расчета: из-за сложности моделирования и большого количества итераций между CFD и FEA расчеты могут занимать несколько дней или даже недель, особенно для детализированных моделей.

Сопряженное моделирование CFD и FEA является эффективным инструментом для анализа аквапланирования. Оно позволяет более точно предсказать скорость начала аквапланирования и учесть все ключевые факторы, влияющие на этот процесс. Хотя метод требует высоких вычислительных ресурсов и значительных затрат времени, его преимущества в

точности и гибкости делают его незаменимым для разработки шин, дорожных покрытий и систем безопасности автомобилей. В будущем развитие вычислительных технологий и совершенствование методов моделирования могут сделать данный подход более доступным для применения в повседневной практике и проектировании транспортных средств. Однако в настоящее время в условиях эксплуатации его применение практически невозможно.

3. *Расчет скорости начала аквапланирования на основе аналитических уравнений, выведенных из уравнений гидрогазодинамики.*

Аналитический подход основывается на применении уравнений гидродинамики для вычисления гидродинамической подъемной силы, действующей на колесо при его движении по водной поверхности. Этот метод позволяет определить скорость аквапланирования на основе базовых физических законов и параметров автомобиля, таких как нагрузка на колесо и характеристики дорожного покрытия. Он наиболее применим для теоретического анализа и построения моделей, позволяющих предсказать поведение автомобиля при различных условиях.

Достоинства аналитических методов:

- позволяют быстро оценить ключевые параметры системы без необходимости проведения сложных численных расчетов или экспериментов;
- обеспечивают глубокое понимание физических процессов, лежащих в основе явления аквапланирования;
- аналитические формулы могут быть легко интегрированы в более сложные модели или использованы для предварительного анализа.

Недостатки аналитических методов:

- часто основаны на упрощенных предположениях, что может приводить к значительным погрешностям в реальных условиях;
- не всегда учитывают сложные взаимодействия между различными факторами, такими как динамика автомобиля, свойства шин и дорожного покрытия;
- для повышения точности в ряде случаев требуется дополнение аналитических моделей экспериментальными данными или численными методами.

## 2. Модель скорости начала аквапланирования В. А. Ковалева, А. И. Фадеева, Е. С. Воеводина и др.

В модели скорости начала аквапланирования В. А. Ковалева, А. И. Фадеева, Е. С. Воеводина и др. [10] предложен аналитический метод расчета скорости начала аквапланирования, основанный на моделировании взаимодействия шины с водяной пленкой на дорожном покрытии. Метод базируется на гидродинамических принципах, учитывающих баланс сил, действующих на шину в условиях аквапланирования. Основная идея заключается в определении критической скорости, при которой гидродинамическое давление воды под шиной превышает давление контакта шины с дорогой, что приводит к потере сцепления.

Метод предполагает использование уравнения баланса сил, действующих на шину в продольном и поперечном направлениях. Основная формула, выведенная для расчета скорости начала глиссирования имеет вид:

$$V_{\text{гп}} = \sqrt{\frac{10^6 G_{\text{к}}}{h \lambda b_{\text{ш}} \frac{\pi}{2} \rho \eta}}, \quad (1)$$

где  $G_{\text{к}}$  — нагрузка, передаваемая на дорожное покрытие от колеса;  
 $h$  — высота водного слоя воды;  
 $\lambda$  — степень увеличения глубины воды перед колесом;  
 $b_{\text{ш}}$  — ширина беговой дорожки шины;  
 $\rho$  — плотность воды;  
 $\eta$  — коэффициент учета влияния рисунка протектора.

Достоинства метода:

1. Простота и наглядность: метод позволяет получить аналитическое выражение для критической скорости, что делает его удобным для использования в инженерных расчетах.

2. Универсальность: формула применима для различных типов шин и дорожных условий при условии корректного задания параметров.

3. Минимальные требования к входным данным: для расчета необходимы только основные параметры, такие как высота водного слоя воды, ширина беговой дорожки шины и др.

Недостатки метода:

1. Упрощенность модели: метод не учитывает ряд факторов, таких как форма протектора шины, неравномерность распределения давления в контактной зоне, а также динамические эффекты, возникающие при движении автомобиля.

2. Ограниченная точность: в реальных условиях толщина водяной пленки может варьироваться по длине контактного пятна, что не учитывается в предложенной модели.

3. Зависимость от эмпирических данных: для повышения точности расчетов требуется калибровка коэффициентов на основе экспериментальных данных, что ограничивает универсальность метода.

### 3. Модель скорости начала аквапланирования Г. Э. Шульца, Д. Э. Карри и А. Л. А. Симойнсома

Более совершенная модель аквапланирования предложена Г. Э. Шульцом, Д. Э. Карри и А. Л. А. Симойнсом [11]. Авторы предлагают гидродинамическую модель аквапланирования, которая фокусируется на поведении тонкой пленки воды между шиной автомобиля и дорожным покрытием. В отличие от более упрощенных моделей, эта модель стремится к более детальному описанию физических процессов, происходящих в зоне контакта шины и воды.

Модель рассматривает аквапланирование как результат формирования и поведения тонкой пленки воды под шиной. Эта пленка создается из-за того, что шина не успевает вытеснить воду из зоны контакта на высокой скорости.

Ключевым фактором аквапланирования является гидродинамическое давление, возникающее в пленке воды. Это давление создается движением шины и попыткой вытеснить воду. Если гидродинамическое давление становится достаточно высоким, оно может «поднять» шину над дорожным покрытием и привести к потере контакта.

Модель учитывает вязкость воды (сопротивление течению) и инерцию воды (сопротивление изменению скорости). Вязкость влияет на сопротивление движению воды и формирование давления, а инерция важна при высоких скоростях и быстром изменении условий.

Модель принимает во внимание геометрию зоны контакта между шиной и дорогой, включая форму шины и микрорельеф дорожного покрытия. Эти факторы влияют на распределение давления в водяной пленке и эффективность отвода воды.

Модель стремится к определению критической скорости аквапланирования, то есть скорости, при которой начинается значительная потеря сцепления из-за образования водяной пленки.

Модель основана на уравнениях гидродинамики, описывающих движение вязкой жидкости. Эти уравнения позволяют рассчитать распределение давления и скорости потока воды в пленке под шиной.

Конечные расчетные формулы, полученные авторами, имеют вид:

$$F_T = \sqrt{\frac{\pi M}{\Omega_1 \left(1 - \frac{b}{B}\right) \frac{H}{2} \left[ r\sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r)\sqrt{1 - r^2} \right] + \Omega_2 H^{\Omega_3} \sqrt{1 - r^2}}}; \quad (2a)$$

$$F_T = \sqrt{\frac{\pi M}{\Omega_1 \left(1 - \frac{bt}{Bh}\right) \frac{H}{2} \left[ r\sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r)\sqrt{1 - r^2} \right] + \Omega_2 H^{\Omega_3} \sqrt{1 - r^2}}}, \quad (2б)$$

где формула (2a) используется, когда толщина водяной пленки меньше или равна высоте водоотводящей канавки  $h \leq t$ , а формула (2б) используется, когда толщина водяной больше или равна высоте водоотводящей канавки  $h \geq t$ .

В формуле приняты следующие обозначения:

$F_T = V / \sqrt{(Rg)}$  — безразмерная скорость аквапланирования, названная авторами числом Фруда шины по аналогии с формой безразмерного параметра для открытых потоков,  $V$  — скорость автомобиля,  $R$  — радиус колеса;

$M = W / (\pi \rho g R^2 B)$  — безразмерная нагрузка, соотношение между нагрузкой и весом баллона с водой с размерами шины,  $\rho$  — плотность воды,  $B$  — ширина колеса;

$H = h / R$  и  $r = R_R / R$  — это, соответственно, нормированная (по отношению к радиусу колеса) глубина водной пленки и коэффициент сжатия шины,  $R_R$  — радиус сжатой шины;

$\Omega_1 = 1 - \varphi$ ,  $\varphi$  — коэффициент разбрызгивания воды;

$\Omega_2 = \pi \Xi Y / 2$ ,  $\Xi$  — коэффициент полуэллиптической площади отрыва шины от дороги от максимально возможной  $\Xi < 1$ ;

$Y$  и  $\Omega_3$  — экспериментальные коэффициенты, учитывающие влияние толщины водяной пленки в зависимости от степени заполненности водой полуэллиптического пространства в пятне контакта на величину подъемной силы:

$$F_p = \frac{\pi \Xi Y}{2} \rho V^2 \left( \frac{h}{R} \right)^{\Omega_3} BR \sqrt{1 - \left( \frac{R_R}{R} \right)^2}, \quad (3)$$

где  $V$  — скорость автомобиля.

Преимущества модели:

1) физическая обоснованность: модель основана на фундаментальных принципах гидродинамики, что делает ее более физически обоснованной и потенциально более точной, чем эмпирические или упрощенные модели;

2) детальное описание водяной пленки: внимание к поведению тонкой пленки воды позволяет лучше понять механизм аквапланирования на микроскопическом уровне. Это может быть важно для разработки более эффективных мер по предотвращению аквапланирования;

3) учет вязкости и инерции воды, что делает модель более реалистичной, особенно для высоких скоростей и различных типов воды (например, с добавками);

4) возможность учета геометрии контакта: учет формы шины и микрорельефа дороги позволяет моделировать аквапланирование для различных типов шин и дорожных покрытий, что важно для практического применения;

5) потенциал для оптимизации: более глубокое понимание гидродинамики аквапланирования, полученное с помощью этой модели, может быть использовано для оптимизации конструкции шин и дорожных покрытий с целью снижения риска аквапланирования. Например, можно исследовать влияние рисунка протектора, водоотводящих каналов и текстуры дорожного покрытия;

6) модель аквапланирования, представленная в статье, является более продвинутой и физически обоснованной, чем многие упрощенные модели;

7) более точное прогнозирование критической скорости и условий аквапланирования: благодаря учету большего количества физических факторов (вязкость, инерция, геометрия контакта), модель потенциально способна более точно предсказывать критическую скорость аквапланирования для различных условий. Это включает в себя:

- разные типы шин: модель может быть адаптирована для анализа различных рисунков протектора, глубины канавок и геометрии шин, что позволяет оценить их эффективность в отводе воды и сопротивлении аквапланированию;
- разные типы дорожного покрытия: учет микрорельефа дорожного покрытия позволяет моделировать аквапланирование на различных типах асфальта, бетона, с разной степенью износа и текстурой;
- различные условия на дороге: модель может учитывать толщину водяной пленки, температуру воды (влияющую на вязкость), а также скорость автомобиля. Это позволяет создавать более реалистичные сценарии и оценивать риск аквапланирования в различных погодных условиях;
- нестационарные режимы: в отличие от стационарных моделей, гидродинамическая модель может быть адаптирована для анализа нестационарных режимов, таких как резкое торможение или маневрирование в

условиях аквапланирования, что важно для понимания динамики потери управления;

8) возможность анализа влияния различных параметров на аквапланирование: модель позволяет исследователям и инженерам систематически изучать влияние различных параметров на возникновение и развитие аквапланирования. Это, в свою очередь, открывает возможности для:

- оптимизации конструкции шин: модель может использоваться для виртуального тестирования различных вариантов рисунка протектора, формы канавок, материалов шин и их геометрии, с целью максимизации водоотвода и снижения гидродинамического давления. Это может привести к разработке более безопасных и эффективных шин;
- оптимизации дорожного покрытия: модель может помочь в разработке дорожных покрытий с улучшенными водоотводящими свойствами. Например, можно исследовать влияние пористости, текстуры и уклона дорожного покрытия на отвод воды и снижение риска аквапланирования;
- разработки систем активной безопасности: понимание механизмов аквапланирования, полученное с помощью модели, может быть использовано для разработки более совершенных систем активной безопасности автомобиля, таких как ABS, ESP и систем контроля тяги, которые могут более эффективно реагировать на потерю сцепления в условиях аквапланирования;
- разработки алгоритмов предупреждения: модель может быть использована для создания алгоритмов, которые, используя данные с датчиков автомобиля и дорожных условий, могут предупреждать водителя о повышенном риске аквапланирования и рекомендовать снижение скорости;

9) более глубокое понимание физических процессов: в отличие от эмпирических моделей, которые часто являются «черным ящиком», гидродинамическая модель обеспечивает более прозрачное и интуитивно понятное понимание физических процессов, происходящих в зоне контакта шины и воды. Модель позволяет выделить наиболее важные

факторы, влияющие на аквапланирование, и понять их взаимосвязь. Например, можно оценить относительную важность вязкости воды, скорости автомобиля и геометрии шины.

Однако рассматриваемой модели присущи и некоторые недостатки: скорость движения воды по водоотводящим канавкам задается равной скорости автомобиля. Таким образом, предполагается, что вода не перемещается относительно канавок, что не соответствует действительности, о чем свидетельствуют результаты экспериментальных исследований [12]. Кроме того, в конечных уравнениях присутствуют коэффициенты, которые должны определяться экспериментальным путем, что затрудняет использование метода. Также в данной модели отсутствуют поперечные замкнутые канавки.

#### 4. Вывод аналитических зависимостей модели расчета скорости начала аквапланирования автотранспортного средства в текущих дорожных условиях

Основными уравнениями, описывающими процессы, происходящие при аквапланировании, являются интегральные уравнения сохранения массы и импульса в устойчивом состоянии, представленные уравнениями (4) и (5), соответственно.

$$\int_{sc} \rho \vec{V} d\vec{A} = 0, \quad (4)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;

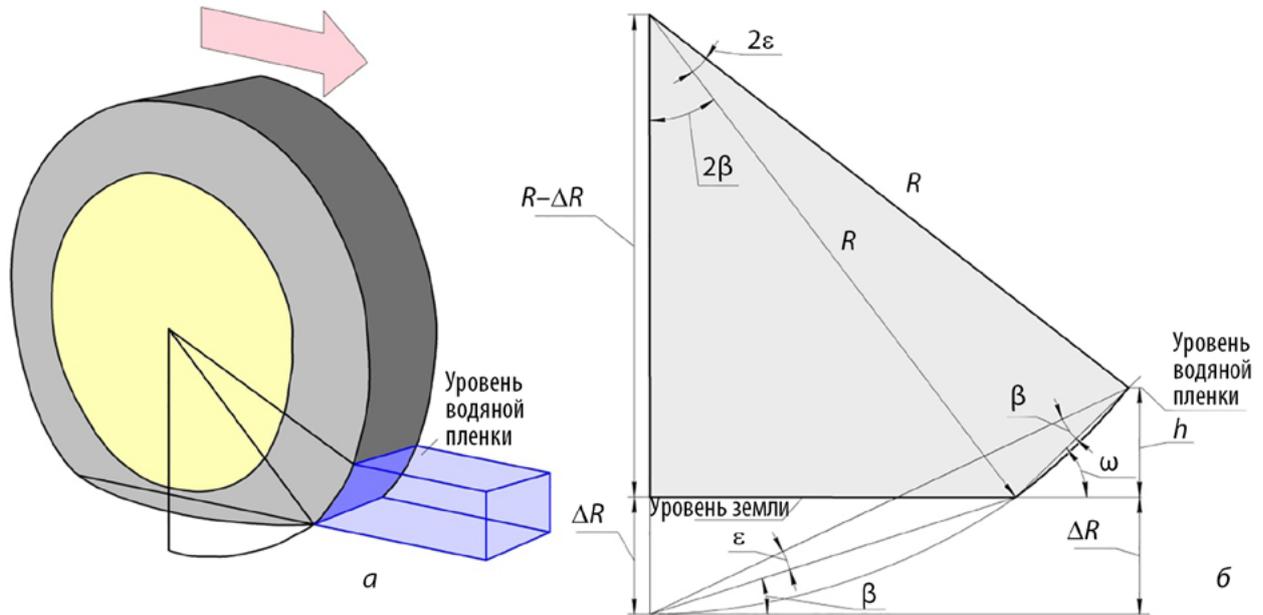
$\vec{V}$  — вектор скорости жидкости;

$\vec{A}$  — вектор элементарной площади поверхности;

$sc$  — контрольная поверхность (*surface control*).

Уравнение (4) утверждает, что для установившегося течения суммарный поток массы через замкнутую контрольную поверхность равен нулю. Другими словами, сколько массы входит в контрольный объем, столько же и выходит. Это справедливо, поскольку в установившемся состоянии масса внутри контрольного объема не изменяется со временем.

$$F_x = \int_{sc} V \rho \vec{V} d\vec{A}, \quad (5)$$



**Рис. 1.** а — Шина с вертикальным смещением (плоскостность) и движущаяся на фоне водяной пленки; б — Геометрические параметры, рассматриваемые в данном исследовании

где  $F_x$  — результирующая сила, действующая на жидкость в контрольном объеме в направлении оси  $x$ ;

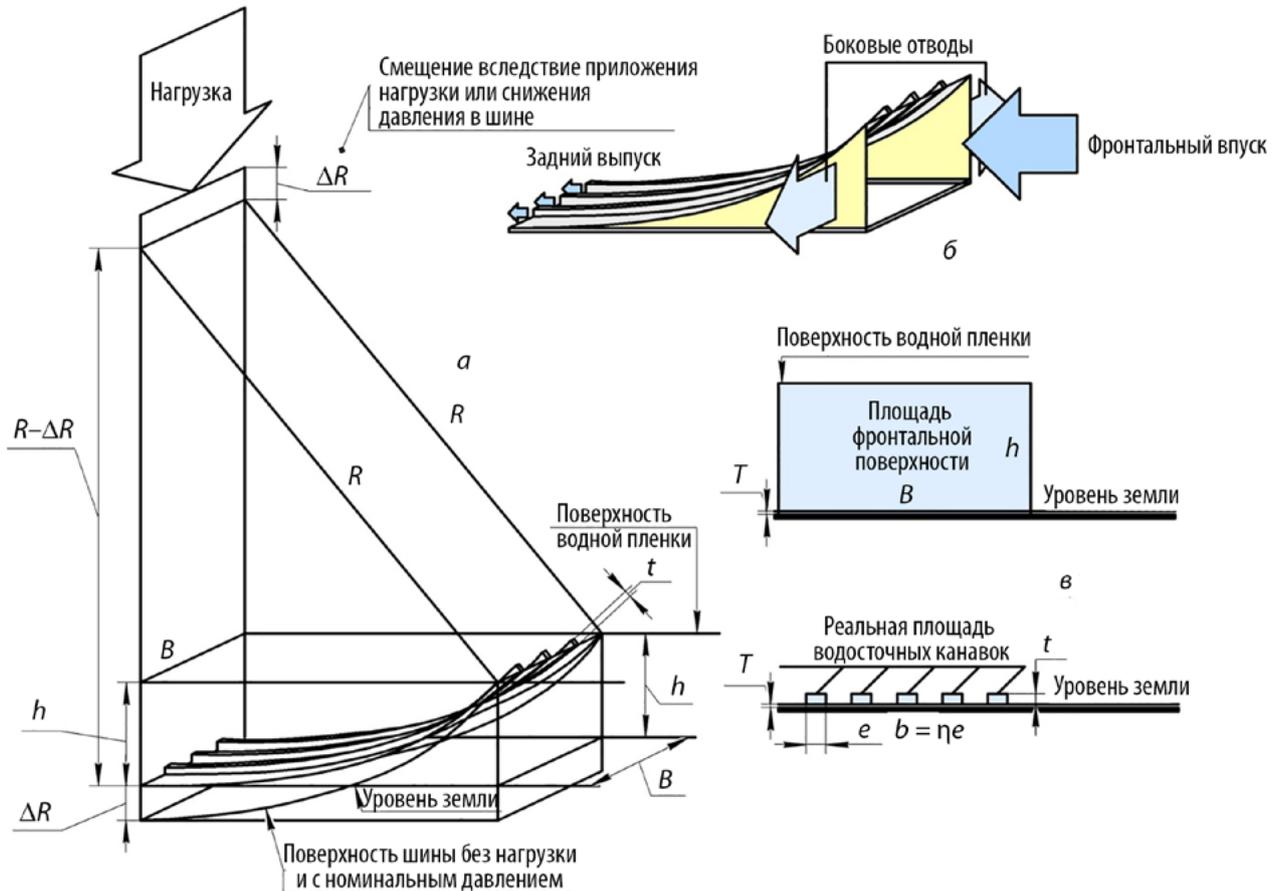
$V$  — скорость в направлении оси  $x$ .

Уравнение (5) утверждает, что результирующая сила, действующая на жидкость в контрольном объеме в направлении оси  $x$ , равна суммарному потоку импульса в этом направлении через контрольную поверхность. Импульс — это произведение массы на скорость. Таким образом, это уравнение связывает силы, действующие на жидкость, с изменением ее импульса.

Рассмотрим деформацию шины как податливый резервуар под давлением при воздействии заданной нагрузки. Деформированная шина показана на рис. 1, увеличенном для демонстрации геометрии и используемых здесь переменных. Последовательно на рис. 2 показан контрольный объем, принятый для настоящих расчетов.

Переменные, показанные на рис. 1 и 2, объясняются на эскизах. Из них  $\eta$  (рис. 2, в) — это количество дождевых канавок вдоль поверхности шины (протектора), а  $B$  — общая длина ширины шины, которая не касается земли. Переменная  $\omega$  (рис. 1, б) называется углом атаки, соответствующим среднему углу,

образующемуся между поверхностью шины (протектора), погруженной в водную пленку, и землей, под воздействием которого шина продвигается относительно водной пленки. Как и в аэродинамике, его определение зависит от геометрических ориентиров. В настоящем исследовании он определяется как угол между хордой, образованной с помощью полного радиуса  $R$  (или свободного радиуса), и углом  $2$  (рис. 1, б), который ограничивает толщину водяной пленки  $h$ . Для краткости в тексте используется  $R_R = R - R$  (рис. 1, б, 2, а), а  $R_R$  — это радиус сжатой шины. Для применения формулы контрольного объема предполагается, что вода движется поперечно продольному движению шины в областях, где шина соприкасается с дорожным покрытием. Другими словами, вода в контрольном объеме ускоряется и распространяется (разбрызгивается) поперечно, по боковым контрольным поверхностям (рис. 2, б, боковой выход). Из этого также следует, что по отношению к контрольному объему значения скорости на входе и выходе в передней и задней областях (рис. 2, в) движущегося объема, соответственно, являются скоростью  $V$  шины (или транспортного средства). Скорость поперечных брызг воды складывается с внешней продольной скоростью пленки, определяя



**Рис. 2.** а — 3D-эскиз вертикального смещения шины и водяной пленки; б — Контрольный объем, движущийся вместе с шиной; передняя и задняя контрольные поверхности, важные для данного исследования; в — Водоотводящие канавки.

скорость глissирования. Применение уравнения неразрывности (1) к контрольному объему на рис. 2, б и в приводит к следующим результатам:

$$V_{\text{боковая}} A_{\text{боковая}} = V A_{\text{фронтальная}} - V_{\text{задняя}} A_{\text{задняя}}, \quad (6a)$$

где  $A$  — площадь соответствующей (боковой, фронтальной или задней) поверхности водооттока или водопритока.

Тогда боковая скорость определяется как  $V$ :

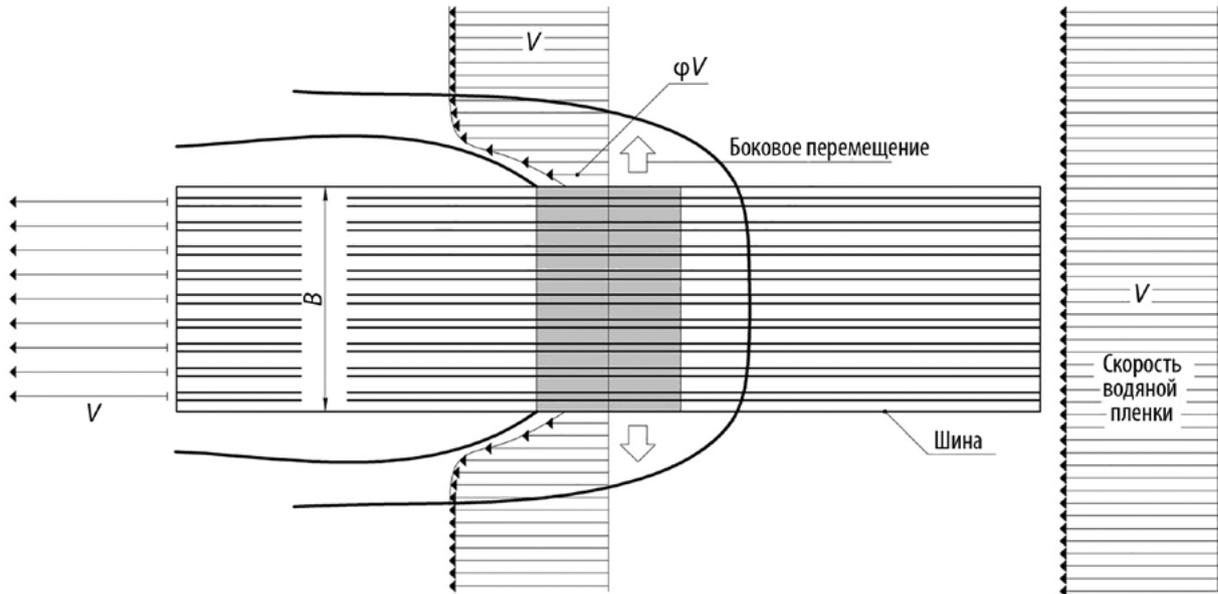
$$V_{\text{боковая}} = \frac{V A_{\text{фронтальная}} - V_{\text{задняя}} A_{\text{задняя}}}{A_{\text{боковая}}}. \quad (6б)$$

Уравнение импульса (5), примененное к тому же контрольному объему для продольного направления и использующее уравнение (6б), приводит к:

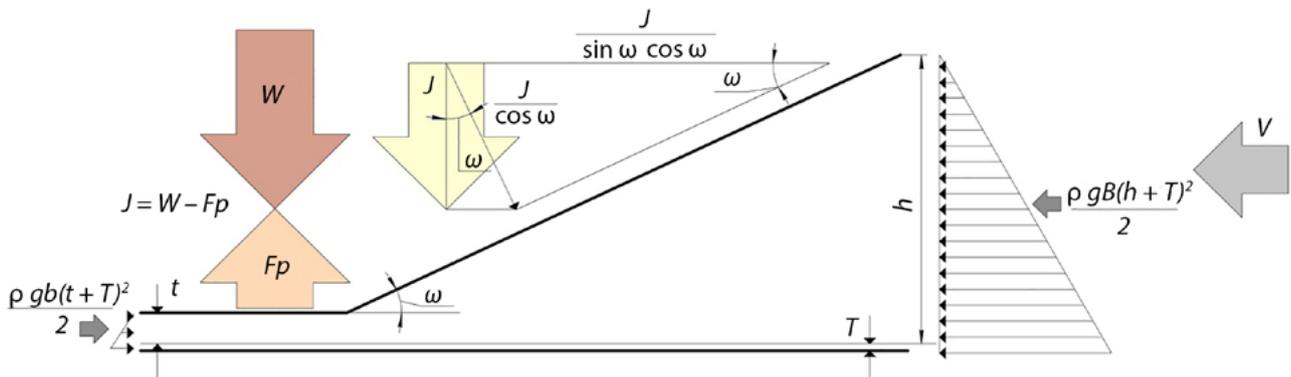
$$\begin{aligned} \Sigma F_{\text{продольная}} &= m_{\text{фронтальная}} V (1 - \varphi) - \\ &- m_{\text{задняя}} V_{\text{задняя}} (1 - \varphi) = (1 - \varphi) \times \\ &\times (Q_{\text{фронтальная}} V - Q_{\text{задняя}} V_{\text{задняя}}) \rho = \\ &= (1 - \varphi) (A_{\text{фронтальная}} V^2 - A_{\text{задняя}} V_{\text{задняя}}^2) \rho. \quad (7) \end{aligned}$$

$V$  — это продольная скорость в боковой зоне вблизи дна, связанная со скоростью автомобиля, но на которую влияют брызги воды, как показано на рис. 3. Коэффициент  $\varphi$  выражает это влияние.

Продольные компоненты соответствующих параметров для количественной оценки  $V$  показаны на рис. 4, продольный разрез движущегося контрольного объема. Указанная горизонтальная сила  $J / (\sin \omega \cos \omega)$  имеет  $J / \cos \omega$  в качестве составляющей, перпендикулярной наклонной поверхности управления, которая,



**Рис. 3.** Вид снизу на относительное движение между пленкой и шиной (скорость  $V$ ). Боковой всплеск может повлиять на значение продольной скорости вдоль области влияния всплеска



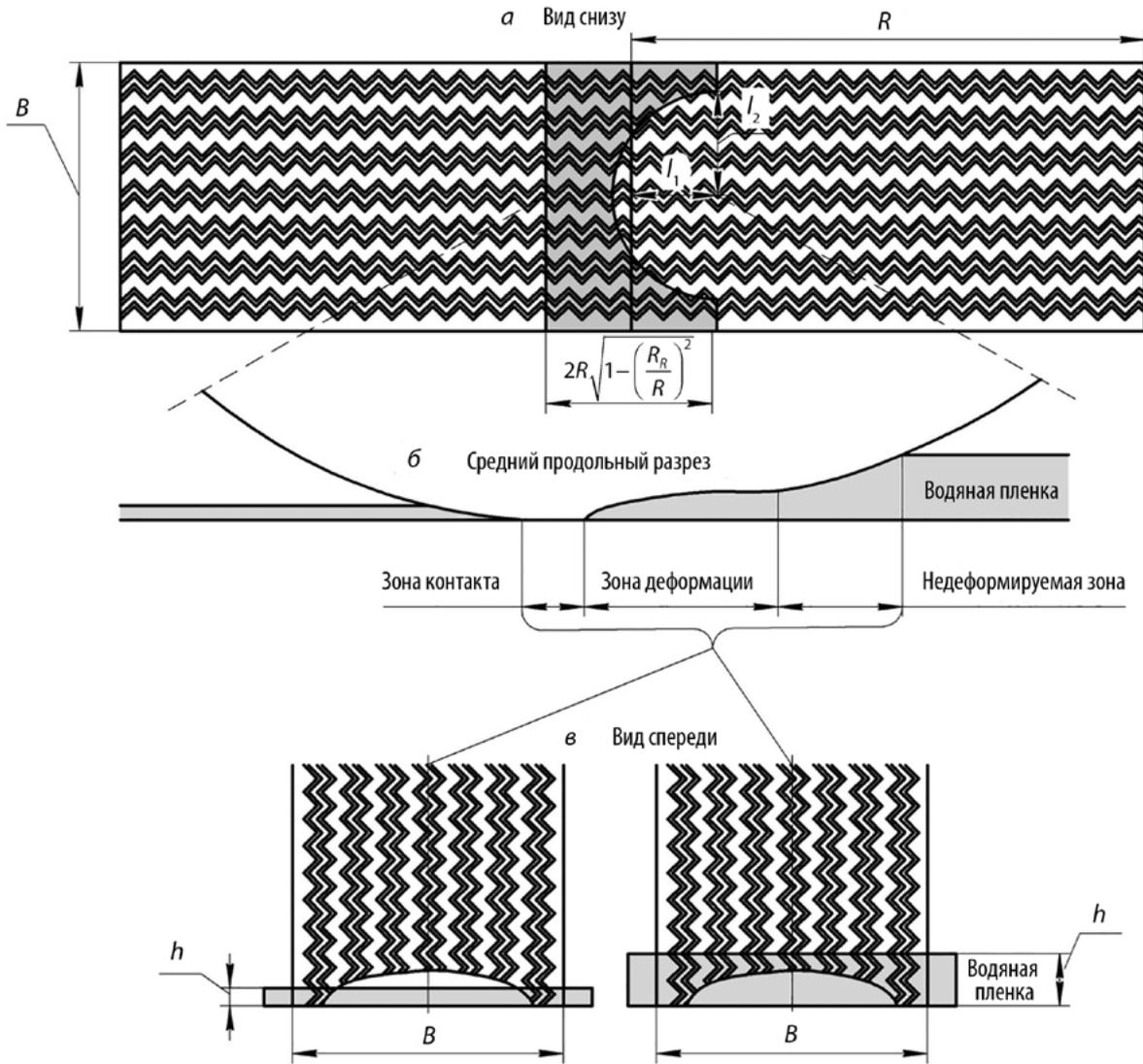
**Рис. 4.** Силы, действующие на контрольный объем и воду, приближающуюся со скоростью  $V$

в свою очередь, имеет  $J$ , нагрузку автомобиля на шину ( $W$ ) минус динамическое давление, действующее на деформированную поверхность подковообразного пятна контакта ( $F_p$ ), в качестве вертикальной составляющей ( $J = W - F_p$ ).  $F_p$  — называется подъемной силой следа. Таким образом,  $J / (\sin \omega \cos \omega)$  — это сила, которая должна быть приложена в горизонтальном направлении для преодоления  $J$  за счет отклонения воды на наклонной поверхности. Гидростатические силы, связанные с водяными столбами, также показаны на рис. 4, но их величина намного меньше, чем импульс, передаваемый между водой и шиной при движении шины, и ими можно пренебречь. Необходимо обратить внимание на то,

что поверхность воды открыта для атмосферы, а передняя, задняя и боковые поверхности контрольного объема открыты, что позволяет воде проходить через них (рис. 2, б). Глубина текстуры  $T$  имеет минимальное влияние и ей можно пренебречь.

Подставляя результирующую продольную силу, показанную на рис. 4, в уравнение (7), используя  $t = h$  для условия  $h \leq t$ , в то время как для условия  $h > t$  само  $t$  остается неизменным, и переставляя члены, получаем для  $h \leq t$ :

$$\frac{W - F_p}{\sin(\omega)\cos(\omega)} + \rho \frac{g}{2} [(bh)^2 - (Bh)^2] = \rho(1 - \phi)(BhV^2 - bhV_{\text{задняя}}^2). \tag{8a}$$



**Рис. 5.** Площадь пятна контакта, рассчитанная с использованием трех зон между шиной и дорожным покрытием

И для  $h > t$ :

$$A_{HS} = \frac{\pi l_1 l_2}{2}. \tag{9}$$

$$\frac{W - F_p}{\sin(\omega) \cos(\omega)} + \rho \frac{g}{2} [(bt)^2 - (Bh)^2] = \rho(1 - \phi)(BhV^2 - btV_{задняя}^2). \tag{8б}$$

$A_{HS}$  — площадь подковы, а  $l_1$  и  $l_2$  — большой и малый радиусы (полуоси) эллипса. Для образования замкнутой области размер  $l_1$  должен быть меньше продольного размера следа шины, т.е.:

$$l_1 < 2R\sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2}. \tag{10}$$

Аналогично,  $l_2$  должно быть меньше полуширины шины, т.е.:

$$l_2 < \frac{B}{2}. \tag{11}$$

$F_p$  получается путем умножения динамического давления  $pV^2/2$  на площадь пятна контакта в деформированной нижней части шины. Для расчета  $F_p$  используется схема трех зон сопряжения шины с дорожным покрытием, показанная на рис. 5. Для подковообразного пятна контакта шины с опорной поверхностью можно принять полуэллиптическую форму, т.е.:

Из уравнений (9)–(11) следует, что:

$$A_{HS} < \pi BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2}. \quad (12a)$$

Или

$$A_{HS} = \pi \Xi BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2}, \text{ где } \Xi < 1.0. \quad (12б)$$

Учитывая, что при движении автомобиля возможен отрыв шины от дорожного покрытия (например, на неровностях дорожного покрытия), целесообразно силу  $F_p$  рассчитывать для всей нижней прямоугольной деформированной части шины:

$$F_p = \frac{\rho V^2}{2} 2BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2} = \rho V^2 BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2}. \quad (13)$$

Из геометрических размеров рис. 1, б получается следующее тождество:

$$\begin{aligned} \sin(\omega) \cos(\omega) &= \\ &= \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где  $r = \frac{R_R}{R}$  — коэффициент сжатия шины (отношение радиуса шины под нагрузкой к свободному радиусу шины).

Получим формулу для скорости аквапланирования при условии, что  $h \leq t$ .

1. Сначала подставим формулы (13) и (14) в формулу (8a):

$$\begin{aligned} & \frac{W - \rho V^2 BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2}}{\frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right]} + \\ & + \rho \frac{g}{2} [bh^2 - Bh^2] = \\ & = \rho(1-\phi) (BhV^2 - bhV_{\text{задняя}}^2). \end{aligned} \quad (15)$$

2. Умножим обе части уравнения на

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right]: \\ & W - \rho V^2 BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2} + \rho \frac{g}{2} [bh^2 - Bh^2] \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right] = \\ & = \rho(1-\phi) (BhV^2 - bhV_{\text{задняя}}^2) \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

3. Сгруппируем члены с  $V^2$ :

$$\begin{aligned} & -\rho V^2 BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2} - \rho(1-\phi) BhV^2 \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right] = \\ & = -W - \rho \frac{g}{2} [bh^2 - Bh^2] \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - \right. \\ & \left. - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right] - \rho(1-\phi) bhV_{\text{задняя}}^2 \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

4. Вынесем  $V^2$  за скобки:

$$\begin{aligned} & V^2 \left( \rho BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2} + \rho(1-\phi) Bh \times \right. \\ & \left. \times \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right] \right) = \\ & = W + \rho \frac{g}{2} [bh^2 - Bh^2] \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - \right. \\ & \left. - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right] + \rho(1-\phi) bhV_{\text{задняя}}^2 \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H-r)^2} - (H-r) \sqrt{1-r^2} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

5. Окончательно выразим  $V$ :

$$V = \sqrt{\frac{W + \rho \frac{g}{2} [bh^2 - Bh^2] \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right] - \rho(1-\varphi)bhV_{\text{задняя}}^2 \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right]}{\rho BR \sqrt{1-\left(\frac{R_R}{R}\right)^2} + \rho(1-\varphi)Bh \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right]}}. \quad (19)$$

Это окончательное выражение для скорости  $V$ . Дальнейшее упрощение затруднительно из-за сложной структуры выражения и наличия различных параметров.

Для удобства можно обозначить выражение  $\frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right]$  как некоторую константу  $k$ , тогда формула примет вид:

$$V = \sqrt{\frac{W + \rho \frac{g}{2} [bh^2 - Bh^2] k + \rho(1-\varphi)bhV_{\text{задняя}}^2 k}{\rho BR \sqrt{1-\left(\frac{R_R}{R}\right)^2} + \rho(1-\varphi)Bhk}}. \quad (20)$$

Это позволит сделать формулу более компактной и удобной для дальнейших вычислений.

Получим формулу для скорости аквапланирования при условии, что  $h \leq t$ .

1. Сначала подставим формулу (13) для  $F_p$  в формулу (8б):

$$\frac{W - \rho V^2 BR \sqrt{1-\left(\frac{R_R}{R}\right)^2}}{\sin(\omega)\cos(\omega)} + \rho \frac{g}{2} [bt^2 - Bh^2] = \rho(1-\varphi)(bhV^2 - btV_{\text{задняя}}^2). \quad (21)$$

2. Подставим формулу (14) для  $\sin(\omega)\cos(\omega)$ :

$$\frac{W - \rho V^2 BR \sqrt{1-\left(\frac{R_R}{R}\right)^2}}{\frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right]} + \rho \frac{g}{2} [bt^2 - Bh^2] = \rho(1-\varphi)(BhV^2 - btV_{\text{задняя}}^2). \quad (22)$$

3. Умножим обе части уравнения на  $\frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right]$ :

$$\begin{aligned} & W - \rho V^2 BR \sqrt{1-\left(\frac{R_R}{R}\right)^2} + \rho \frac{g}{2} [bt^2 - Bh^2] \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right] = \\ & = \rho(1-\varphi)(BhV^2 - btV_{\text{задняя}}^2) \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

4. Сгруппируем члены с  $V^2$ :

$$\begin{aligned} & -\rho V^2 BR \sqrt{1-\left(\frac{R_R}{R}\right)^2} - \rho(1-\varphi)BhV^2 \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right] = -W - \rho \frac{g}{2} [bt^2 - Bh^2] \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right] - \rho(1-\varphi)btV_{\text{задняя}}^2 \frac{1}{2} \left[ r\sqrt{1-(H-r)^2} - (H-r)\sqrt{1-r^2} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

5. Вынесем  $V^2$  за скобки:

$$V^2 \left( -\rho BR \sqrt{1 - \left(\frac{R_R}{R}\right)^2} - \rho(1 - \varphi) Bh \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r) \sqrt{1 - r^2} \right] \right) = -W - \rho \frac{g}{2} [bt^2 - Bh^2] \times \\ \times \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r) \sqrt{1 - r^2} \right] + \rho(1 - \varphi) bt V_{\text{задняя}}^2 \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r) \sqrt{1 - r^2} \right]. \quad (25)$$

6. Окончательно выразим  $V$ :

$$V = \sqrt{\frac{W + \rho \frac{g}{2} [bt^2 - Bh^2] \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r) \sqrt{1 - r^2} \right] + \rho(1 - \varphi) bt V_{\text{задняя}}^2 \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r) \sqrt{1 - r^2} \right]}{\rho BR \sqrt{1 - r^2} + \rho(1 - \varphi) Bh \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r) \sqrt{1 - r^2} \right]}}. \quad (26)$$

Это окончательное выражение для  $V$ . Упростить его дальше довольно сложно из-за наличия нескольких радикалов и сложных выражений в числителе и знаменателе.

Для удобства по аналогии с формулой (20) можно обозначить:

$$k = \frac{1}{2} \left[ r \sqrt{1 - (H - r)^2} - (H - r) \sqrt{1 - r^2} \right]. \quad (27)$$

Тогда формула имеет вид:

$$V = \sqrt{\frac{W + \rho \frac{g}{2} [bt^2 - Bh^2] k + \rho(1 - \varphi) bt V_{\text{задняя}}^2 k}{\rho BR \sqrt{1 - r^2} + \rho(1 - \varphi) Bhk}}. \quad (28)$$

Это более компактная форма записи того же выражения.

В полученных формулах для нахождения скорости аквапланирования присутствует скорость воды, выходящей с задней части шины. Для ее нахождения используем уравнение Бернулли для потока воды через канавку относительно поверхности канавки. Для этого рассмотрим два сечения на входе в канавку и на выходе из канавки. В общем виде уравнение Бернулли выглядит следующим образом:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Sigma h. \quad (29)$$

где  $z_1, z_2$  — геометрические высоты на входе и выходе из канавки;

$P_1, P_2$  — давления на входе и соответственно на выходе из канавки;

$v_1, v_2$  — скорости на входе и соответственно на выходе из канавки;

$\Sigma h$  — суммарные потери напора:

$$\Sigma h = h_{\text{вх}} + h_{\text{вых}} + h_{\lambda}; \quad (30)$$

$h_{\text{вх}}$  — местные потери напора на входе в канавку;

$h_{\text{вых}}$  — местные потери напора на выходе из канавки;

$h_{\lambda}$  — потери напора на трение;

$\rho$  — плотность воды;

$$\rho = \frac{995,7}{0,984 + 0,483 \cdot 10^{-3} t_{\text{воды}}}, \quad (31)$$

где  $t_{\text{воды}}$  — температура воды в °С.

Чтобы оценить давление на входе в канавку, можно рассмотреть устойчивый поток воды через протектор. Основное давление создается за счет «вдавливания» воды в канавку шиной, движущейся по мокрой поверхности. В соответствии с законом сохранения импульса давление на канавку по аналогии с (13):

$$P_1 = \rho V^2 (1 - \phi) / 2. \quad (32)$$

Местные потери напора определяют по формуле Вейсбаха [13]:

$$h_M = \zeta \frac{V^2}{2g}. \quad (33)$$

Примем  $\xi_{\text{вх}} = 0,5$  для острых кромок. С учетом того, что вода вытекает на дорогу на пространстве, свободное от воды, так как на скоростях движения автомобиля вода не успевает затечь обратно в образовавшуюся колею, принимаем согласно теоремы Борда — Карно  $\xi_{\text{вых}} = 1$  [14].

Для определения потерь напора на трение в потоках любой формы используем обобщенную формулу Дарси — Вейсбаха:

$$h_\lambda = \lambda \frac{\ell}{4R_r} \frac{V_{\text{ср}}^2}{2g}, \quad (34)$$

где  $R_r$  — гидравлический радиус;

$\lambda$  — коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси).

Этот коэффициент зависит от числа Рейнольдса  $Re$  и от безразмерного геометрического фактора — относительной шероховатости  $\Delta/d$  (или  $\Delta/R_r$ , где  $R_r$  — гидравлический радиус канавки).

Здесь  $\Delta$  — средняя высота бугорков неровностей (шероховатостей) внутри канавок).

Число Рейнольдса для потока любой произвольной формы:

$$Re = \frac{V_{\text{по канавке}} 4R_r}{\nu} = \frac{V_{\text{по канавке}} d_{\text{экв}}}{\nu}, \quad (35)$$

где  $R_r$  — гидравлический (эквивалентный) радиус;

$d_{\text{экв}}$  — эквивалентный (гидравлический) диаметр;

$\nu$  — кинематическая вязкость воды.

Здесь  $V$  — характерная скорость (для канавки — средняя по сечению скорость жидкости относительно стенок канавки),  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости;  $d_{\text{экв}}$  — некоторый характерный для данного потока линейный размер. Например, при движении в круглой трубе в качестве характерного размера выбирают диаметр трубы  $d$ .

Гидравлический радиус — это отношение площади поперечного сечения потока жидкости к длине смоченного периметра этого сечения:

$$R_r = S / \Pi, \quad (36)$$

где  $R_r$  — гидравлический радиус;

$S$  — площадь поперечного сечения потока;

$\Pi$  — длина смоченного периметра.

Гидравлическим радиусом канала произвольного сечения называют отношение площади поперечного сечения потока  $S$  к смоченному периметру  $\Pi$ . Смоченный периметр — это часть периметра сечения потока, которая контактирует со стенками канала или трубы. Таким образом, гидравлический радиус позволяет учесть как размер, так и форму поперечного сечения потока. Чем больше гидравлический радиус, тем при прочих равных условиях меньше будет гидравлическое сопротивление движению жидкости.

Для прямоугольной канавки со сторонами  $a$  и  $b$

$$R_r = \frac{ab}{2(a+b)}, \quad d_3 = \frac{2ab}{a+b}. \quad (37)$$

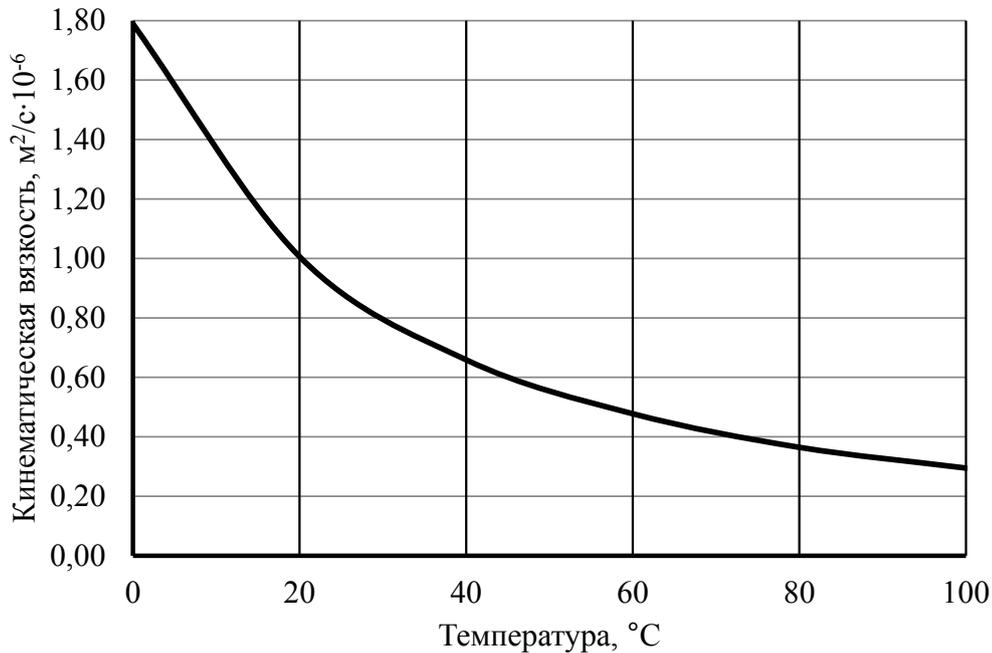
По аналогии с прямоугольной канавкой:

при  $h < t$

$$R_r = \frac{S}{\Pi} = \frac{eh}{(e+2h)}; \quad (38)$$

при  $h \geq t$

$$R_r = \frac{S}{\Pi} = \frac{et}{2(e+t)}. \quad (39)$$



**Рис. 6.** Зависимость кинематической вязкости воды от температуры

Для определения коэффициента гидравлического сопротивления (коэффициента Дарси) в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости труб рассмотрим режимы течения жидкости согласно графику И. И. Никурадзе.

Этот коэффициент зависит от числа Рейнольдса  $Re$  и от безразмерного геометрического фактора — относительной шероховатости  $\Delta/d$  (или  $\Delta/r_0$ , где  $r_0$  — радиус трубы).

Кинематическая вязкость воды зависит от температуры (рис. 6) [15]. Для аппроксимации таблицы  $\nu = f(t)$ , рекомендуемой в настоящее время 26-ой Международной конференцией опытовых бассейнов (МКОБ) (таблица ИТТС 2011 г.)

$$\begin{aligned} \vartheta = & ((0,017128174t)^8 - (0,02125249t)^7 + \\ & + (0,02485816t)^6 - (0,028163366t)^5 + \\ & + (0,031412194t)^4 - (0,03529024t)^3 + \\ & + (0,041895224t)^2 - 0,06254897t + \\ & + 1,7920288) \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \quad (40)$$

Также может быть использована эмпирическая формула Пуазейля:

$$\vartheta = \frac{0,0178}{(1 + 0,0337t + 0,000221t^2)}, \text{ см}^2/\text{с}, \quad (41)$$

где  $t$  — температура воды, °С.

Как известно, впервые наиболее исчерпывающей работы по определению  $\lambda$  были даны И. И. Никурадзе, который на основе опытных данных построил график зависимости  $\lg(1000\lambda)$  от  $\lg Re$  для ряда значений  $\Delta/r_0$ . Опыты Никурадзе были проведены на трубах с искусственно заданной шероховатостью, полученной путем приклейки песчинок определенного размера на внутренние стенки трубопровода. Результаты этих исследований представлены в виде графика И. И. Никурадзе, где построены кривые зависимости  $\lg(1000\lambda)$  от  $\lg Re$  для ряда значений  $\Delta/r_0$  [16].

Прямая 1 графика соответствует ламинарному режиму движения жидкости ( $Re < 2300$ ).

Коэффициент гидравлического трения, который для ламинарного потока вычисляется по закону Гагена — Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{Re}. \quad (42)$$

В зоне переходного режима от ламинарного к турбулентному ( $2300 < Re < 4000$ ) А. М. Калякиным и Е. В. Чесноковой [17] предложена следующая зависимость, получившая экспериментальное подтверждение:

$$\lambda = \varphi(Re) = -53,27 + 130,57 \left( \frac{10}{\ln Re} \right) - 106,46 \left( \frac{10}{\ln Re} \right)^2 + 28,89 \left( \frac{10}{\ln Re} \right)^3. \quad (43)$$

Далее на графике можно рассматривать три области. Первая область — область малых  $Re$  и  $\Delta/r_0$ , где коэффициент  $\lambda$  не зависит от шероховатости, а определяется лишь числом  $Re$  (отмечена на графике И. И. Никурадзе прямой 2 [16]). Это область гидравлически гладких труб. Если число Рейнольдса лежит в диапазоне  $4000 < Re < 10(d/\Delta_3)$ , коэффициент  $\lambda$  определяется по полуэмпирической формуле Блазиуса:

$$\lambda_T = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}. \quad (44)$$

Для определения  $\lambda$  существует также эмпирическая формула П. К. Конакова, которая применима для гидравлически гладких труб:

$$\lambda_T = \frac{1}{(1,81g Re - 1,5)^2}. \quad (45)$$

Во второй области, расположенной справа от линии 2, коэффициент  $\lambda$  зависит одновременно от двух параметров — числа  $Re$  и относительной шероховатости  $\Delta/r_0$ , которую можно заменить на  $\Delta_3$ . Для определения коэффициента  $\lambda$  в этой области может служить универсальная формула А. Д. Альтшуля:

$$\lambda_T = 0,11 \left( \frac{\Delta_3}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}, \quad (46)$$

где  $\Delta_3$  — эквивалентная абсолютная шероховатость.

Третья область — область больших  $Re$  и  $\Delta/r_0$ , где коэффициент  $\lambda$  не зависит от числа  $Re$ , а определяется лишь относительной

шероховатостью (область расположена справа от пунктирной линии). Это область шероховатых труб, в которой все линии с различными шероховатостями параллельны между собой. Эту область называют областью автоточности, или режимом квадратичного сопротивления, так как здесь гидравлические потери пропорциональны квадрату скорости. Определение  $\lambda$  для этой области производят по упрощенной формуле Альтшуля:

$$\lambda_T = 0,11 \left( \frac{\Delta_3}{d} \right)^{0,25} \quad (47)$$

или по формуле Прандтля — Никурадзе:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_T}} = -2 \log \left( \frac{\Delta_3}{3,71d} \right). \quad (48)$$

Пользоваться приведенными в таблице формулами для определения коэффициента  $\lambda$  не всегда удобно. Для облегчения расчетов можно воспользоваться номограммой Колбрука — Уайта, при помощи которой по известным  $Re$  и  $\Delta_3/d$  определяется  $\lambda$ . Для большей наглядности приведем данную диаграмму (рис. 7).

Так как мы рассматриваем прямоугольные канавки при расчетах коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda_T$  вместо диаметра принимаем эквивалентный диаметр:

$$d = d_{\text{экв}} = 4R_T.$$

Для нахождения относительной скорости потока воды через водоотводящую канавку подставим в уравнение Бернулли (29) все составляющие, содержащие данную скорость, при этом также учтем, что скорости на входе и на выходе из канавки равны  $V_1 = V_2$ :

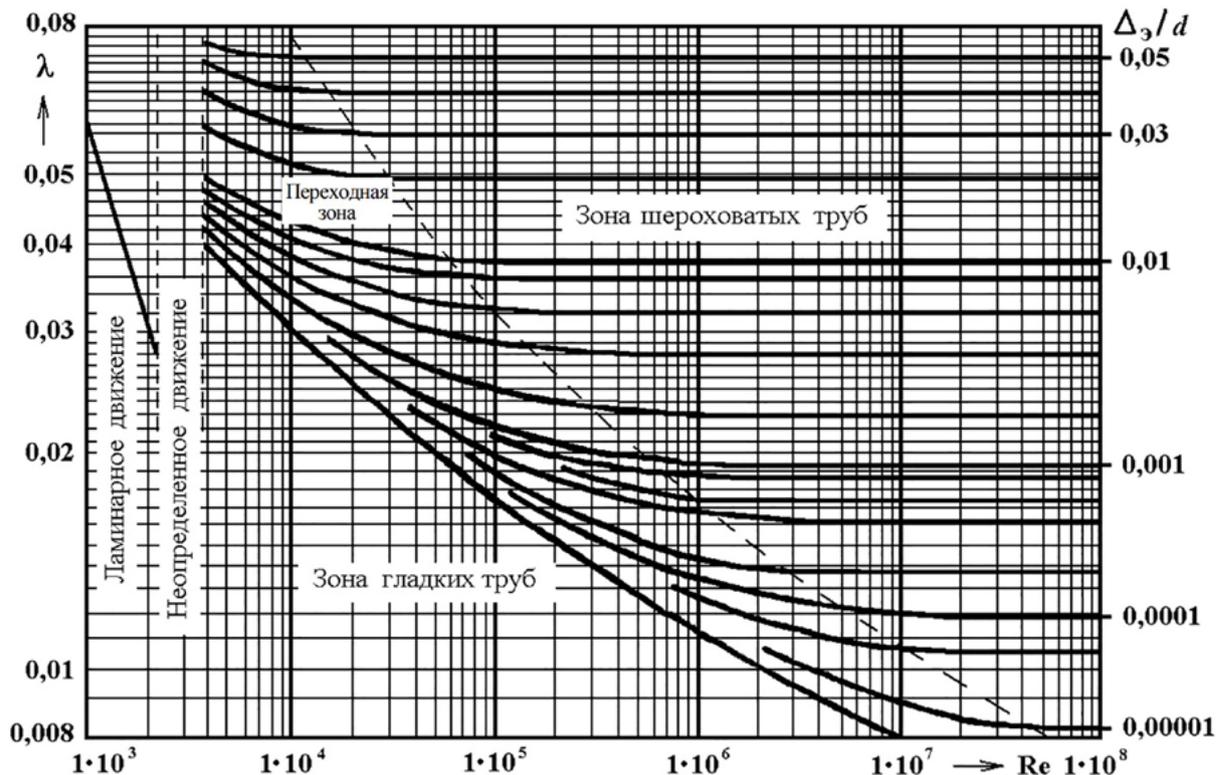
$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + h = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h. \quad (49)$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + h = \lambda \frac{l}{4R_T} \frac{V_{\text{отн}}^2}{2g} + \xi_{\text{вх}} \frac{V_{\text{отн}}^2}{2g} + \xi_{\text{вых}} \frac{V_{\text{отн}}^2}{2g}. \quad (50)$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + h = \lambda \frac{l}{4R_T} \frac{V_{\text{отн}}^2}{2g} + \xi_{\text{вх}} \frac{V_{\text{отн}}^2}{2g} + \xi_{\text{вых}} \frac{V_{\text{отн}}^2}{2g}. \quad (51)$$

**Определение коэффициента гидравлического трения**

Режим движения	Число Рейнольдса		Определение $\lambda$
Ламинарный	$Re < 2300$		$\lambda = \frac{64}{Re}$ или $\lambda = \frac{75}{Re}$
Переходный	$2300 < Re < 4000$		$\lambda = \varphi(Re) = -53,27 + 130,57 \left( \frac{10}{\ln Re} \right) - 106,46 \left( \frac{10}{\ln Re} \right)^2 + 28,89 \left( \frac{10}{\ln Re} \right)^3$ (формула Калякина, Чесноковой)
Турбулентный	1-я область	$4000 < Re < 10 \frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_T = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$ (формула Блазиуса) $\lambda_T = \frac{1}{(1,8 \log Re - 1,5)^2}$ (формула Конакова)
	2-я область	$10 \Delta \frac{d}{\Delta_э} < Re < 560 \frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_T = 0,11 \left( \frac{\Delta_э}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$ (формула Альтшуля)
	3-я область	$Re > 560 \frac{d}{\Delta_э}$	$\lambda_T = 0,11 \left( \frac{\Delta_э}{d} \right)^{0,25}$ (формула Альтшуля) $\frac{1}{\sqrt{\lambda_T}} = -2 \log \left( \frac{\Delta_э}{3,71d} \right)$ (формула Никурадзе)



**Рис. 7.** Номограмма Колбрука – Уайта для определения коэффициента гидравлического трения

$$V_{\text{отн}} = \sqrt{\frac{\frac{P_1}{\rho g} + h}{\lambda \frac{l}{4R_1 2g} + \frac{\xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{вых}}}{2g}}}. \quad (52)$$

В формулах (50)–(52)

$$l = 2R\sqrt{1-r^2}.$$

Поскольку линейная скорость поверхности канавки относительно оси колеса равна скорости движения автомобиля  $V$ , выражение для скорости движения воды в канавке относительно оси колеса будет иметь вид:

$$V_{\text{в канавке}} = V + V_{\text{отн}}. \quad (53)$$

Далее находим расход воды через водоотводящую канавку. В общем случае расход жидкости определяется как произведение действительной скорости истечения  $V$  на фактическую площадь сечения:

при  $h < t$ :

$$Q = V_{\text{в канавке}} S = V_{\text{в канавке}} eh; \quad (54)$$

при  $h > t$ :

$$Q = V_{\text{в канавке}} S = V_{\text{в канавке}} et. \quad (55)$$

Далее с учетом того, что геометрические размеры канавок могут быть различны даже в пределах одной шины, находят расход жидкости для каждой  $i$ -й канавки и затем суммарный расход через все продольные водоотводящие канавки (задний выпуск на рис. 2):

$$Q_{\text{прод.}} = \sum_{i=1}^n Q_i, \quad (57)$$

где  $n$  — число канавок.

Кроме того, необходимо учесть, что на шине могут быть не только специальные водоотводящие канавки, но и другие типы канавок (например, поперечные), через которые вода будет также отводиться из пятна контакта, но в меньшей степени, так как она будет «заперта» в объеме канавки и не будет

перетекать из зоны высокого давления (передняя часть колеса) в зону пониженного давления (задняя или боковая поверхность колеса) относительно поверхности канавки. Для таких канавок введем понятие удельной площади канавок на единицу длины поверхности колеса  $S_{\text{удельная}}$ . Расход воды через замкнутые канавки составит:

при  $h < t$ :

$$Q_{\text{зам}} = VS_{\text{удельная}}h; \quad (58)$$

при  $h > t$ :

$$Q_{\text{зам}} = VS_{\text{удельная}}t. \quad (59)$$

Затем определяем суммарный поток через все типы канавок:

$$Q_{\text{задний}} = Q_{\text{прод}} + Q_{\text{зам}}. \quad (60)$$

Далее определяем среднюю скорость течения через все типы канавок относительно поверхности колеса (задний выпуск на рис. 2):

$$V_{\text{задняя по колесу}} = \frac{Q_{\text{задний}}}{S_{\text{заднего}}}, \quad (61)$$

где  $S_{\text{заднего}}$  — площадь заднего выпуска (площадь всех канавок).

### 5. Расчетное моделирование влияния различных факторов на скорость начала аквапланирования

На основе разработанной модели составлена расчетная программа на языке Visual Basic for Application в среде MS Excel. Скриншот программы с примером расчета представлен на рис. 8.

Для выявления наиболее значимых факторов, влияющих на скорость начала аквапланирования автотранспортных средств, с помощью разработанной программы было проведено расчетное моделирование влияния различных факторов на скорость начала аквапланирования. Результаты моделирования представлены на рис. 9–13. При построении каждого графика менялся один из факторов, остальные

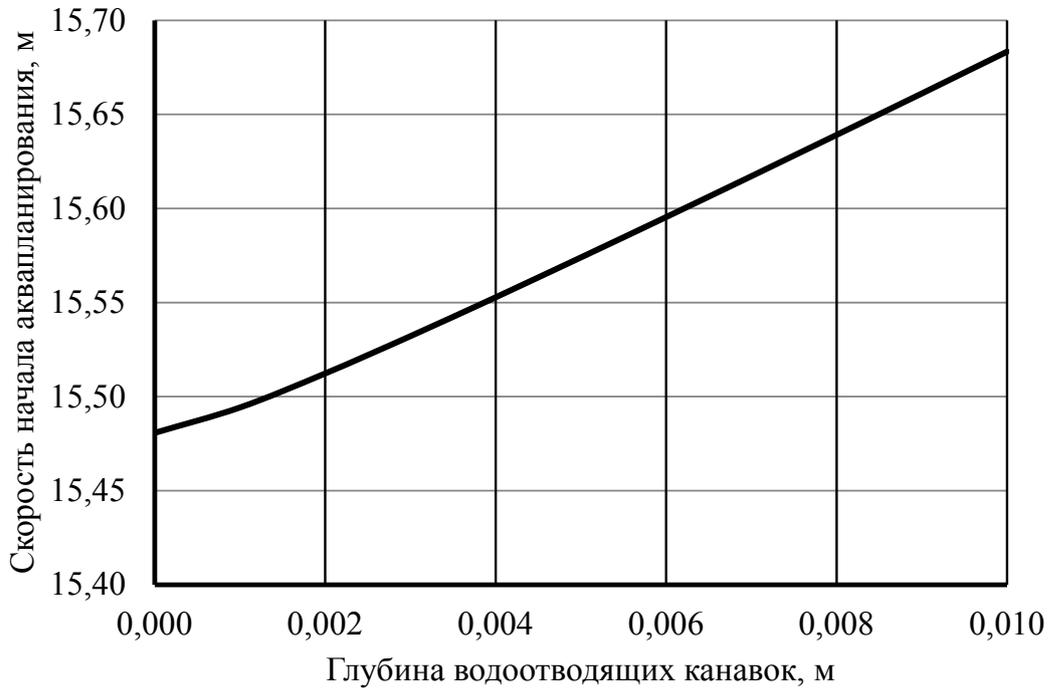
W (вес автомобиля, Н)	5000		
g (ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup> )	9,81		
eta (число водоотводящих канавок)	4		
h (толщина водяной плёнки, м)	0,01		
e1 (ширина первой канавки, м)	0,01		
e2 (ширина второй канавки, м)	0,01		
e3 (ширина третьей канавки, м)	0,01		
e4 (ширина четвертой канавки, м)	0,01		
e5 (ширина пятой канавки, м)	0		
e6 (ширина шестой канавки, м)	0		
e7 (ширина седьмой канавки, м)	0		
e8 (ширина восьмой канавки, м)	0		
e9 (ширина девятой канавки, м)	0		
e10 (ширина десятой канавки, м)	0		
B (ширина протектора шины, м)	0,2		
t (глубина канавок, м)	0,01		
r (коэффициент сжатия шины)	0,98		
V (предполагаемая скорость аквапланирования, м/с)	10		
tводы (температура воды, °C)	20		
Формула (29) (коэффициент разбрызгивания воды)	0,05		
Rsh (радиус шины в свободном состоянии, м)	0,5		
Delta (эквивалентная абсолютная шероховатость, мм)	0,12		
S Удельная (удельная площадь канавок, м <sup>2</sup> /м)	0,002		
Результаты расчета:			
V (скорость аквапланирования, м/с)	15,6834027		
Re (число Рейнольдса)	102 167		
rho (плотность воды)	1002,05302		
nu (кинематическая вязкость воды, м <sup>2</sup> /с)	1,0034E-06		
V_ начальная (скорость при последнем приближении, м/с)	15,6833261		
P1 (давление на входе в канавку, Па)	117074,053		
lambda (коэффициент гидравлического трения)	0,03640726		
Q прод. (суммарный расход через продольные канавки)	0,01037468		
Q зам (расход через замкнутые канавки м <sup>2</sup> /с)	0,00031367		
V_ Задняя (средняя скорость течения через все типы канавок, м/с)	26,7208588		
Режим потока	турбулентный, 3-я область		
Количество итераций	4		

**Рис. 8.** Скриншот программы расчета скорости начала аквапланирования

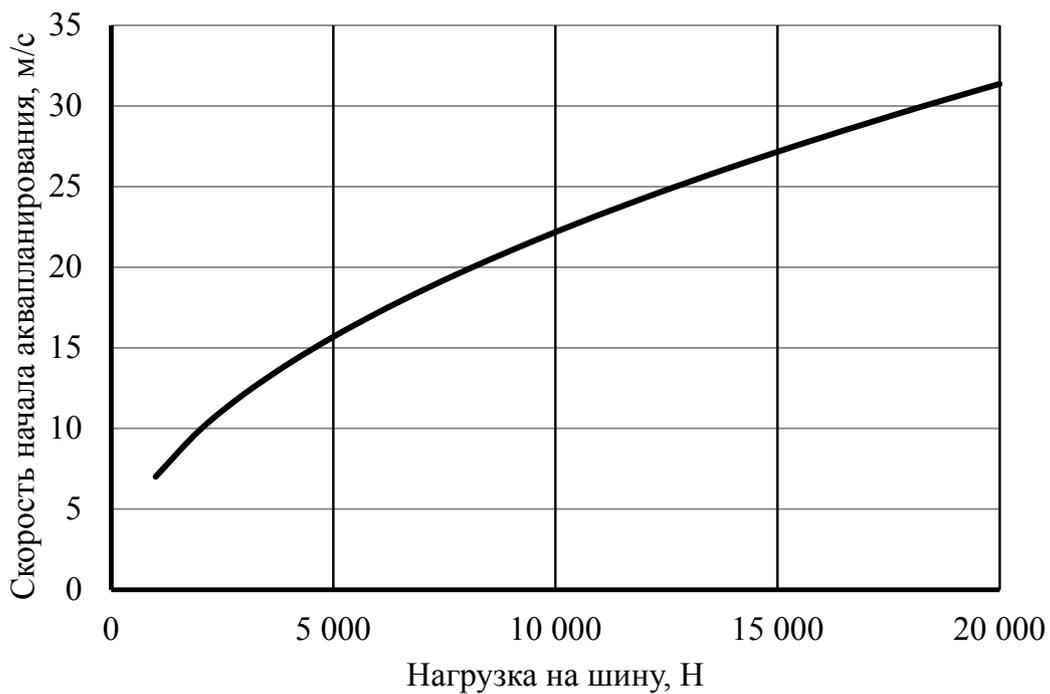
оставались неизменными и соответствовали значениям, приведенным на рис. 8.

Как видно из полученных результатов, наибольшее влияние на скорость начала

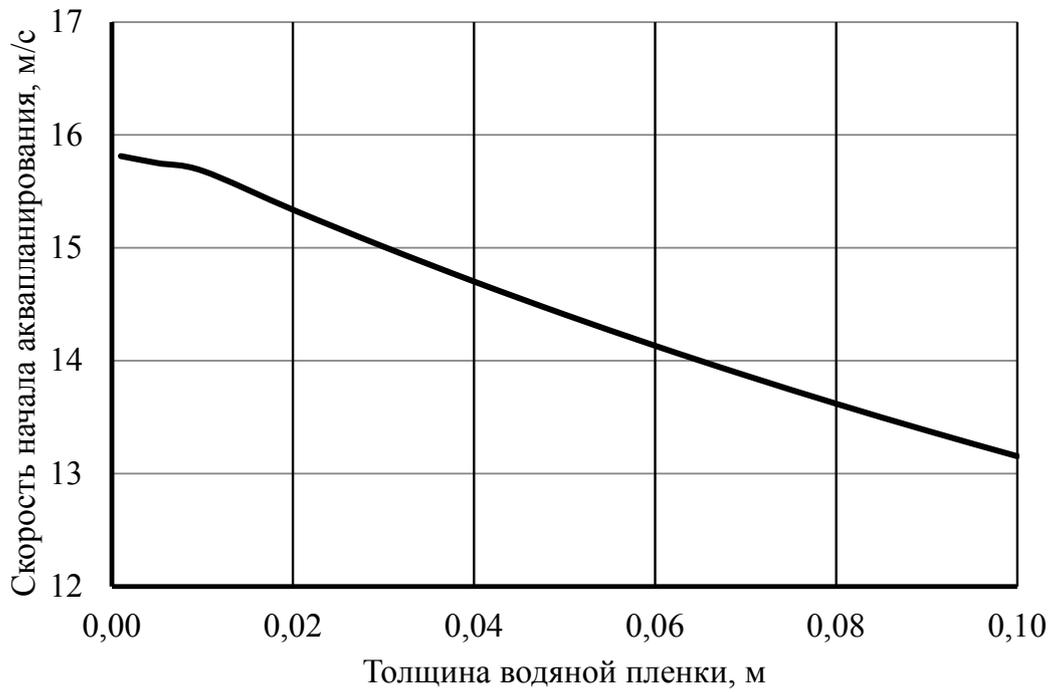
аквапланирования оказывает нагрузка на шину и коэффициент сжатия шины, который определяется давлением в шине и ее конструктивными особенностями.



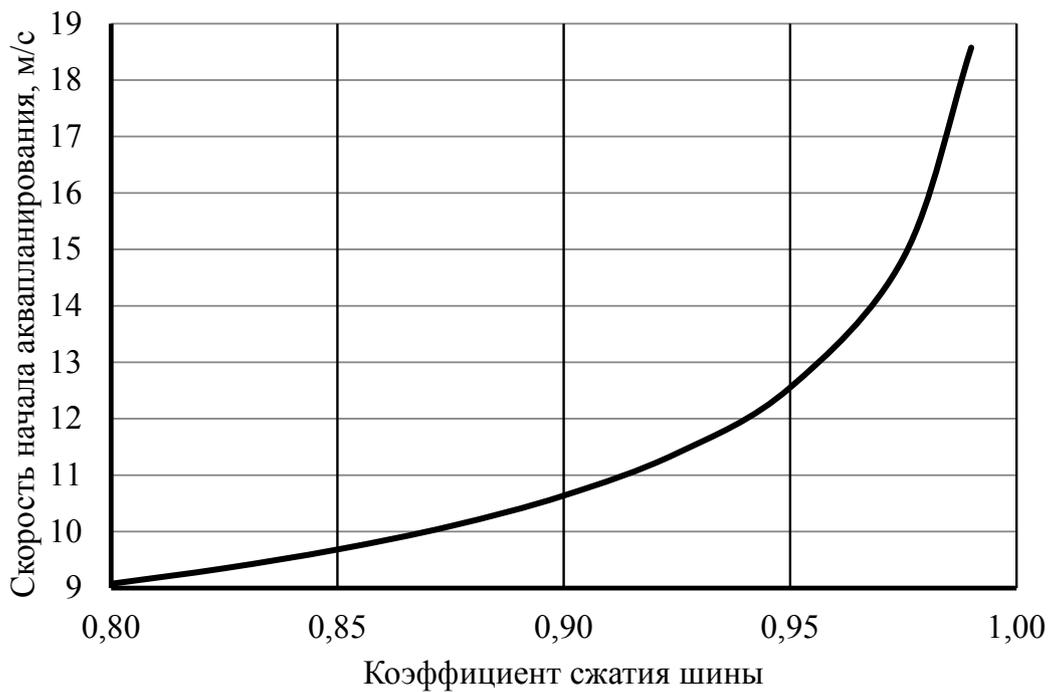
**Рис. 9.** Влияние глубины водоотводящих канавок на скорость начала аквапланирования



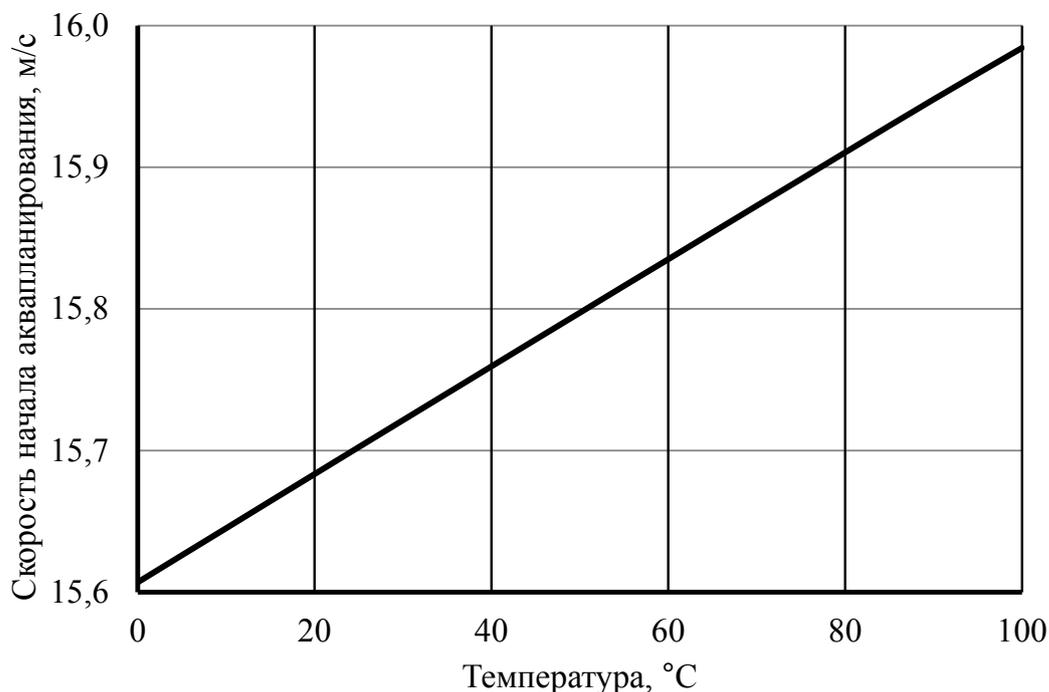
**Рис. 10.** Влияние нагрузки на шину на скорость начала аквапланирования



**Рис. 11.** Влияние толщины водяной пленки на скорость начала аквапланирования



**Рис. 12.** Влияние коэффициента сжатия шины на скорость начала аквапланирования



**Рис. 13.** Влияние температуры водяной пленки на скорость начала аквапланирования

### Заключение

Представленный анализ существующих подходов к определению скорости начала аквапланирования выявил как их достоинства, так и недостатки. Эмпирические модели, основанные на экспериментальных данных, несмотря на свою практическую применимость в определенных условиях, не всегда способны учесть весь спектр факторов, влияющих на аквапланирование, и обладают ограниченной областью экстраполяции. В свою очередь, методы конечномерного анализа, хотя и обеспечивают высокую точность, требуют значительных вычислительных ресурсов и не всегда пригодны для оперативной оценки в реальном времени.

В этой связи разработка аналитической модели, основанной на фундаментальных уравнениях гидродинамики, представляется весьма перспективным направлением. Предложенная нами модель, учитывающая геометрические параметры шины, характеристики водяной пленки и дорожного покрытия, позволяет получить более глубокое понимание физических процессов, лежащих в основе

явления аквапланирования, и, как следствие, более точную и адекватную оценку критической скорости.

Практическая значимость разработанной модели заключается в возможности ее использования для решения широкого круга задач, связанных с обеспечением безопасности дорожного движения. Внедрение модели в системы управления современных автомобилей, включая беспилотные транспортные средства, позволит оперативно оценивать риск аквапланирования и адаптировать скоростной режим в зависимости от текущих дорожных условий [18–20]. Это, в свою очередь, будет способствовать снижению вероятности ДТП и повышению общей безопасности на дорогах.

Кроме того, результаты исследования могут быть использованы при проектировании транспортной инфраструктуры для выявления потенциально опасных участков и разработки мер по их устранению, а также в процессе автотехнической экспертизы для объективной оценки причин ДТП, связанных с аквапланированием. Не исключается и возможность применения разработанной методики в

авиации для обеспечения безопасности взлета и посадки летательных аппаратов.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на экспериментальную верификацию предложенной модели, а также на разработку практических рекомендаций по ее использованию в различных областях. ▲

### Список источников

1. Баканов К. С. Дорожно-транспортная аварийность в Российской Федерации в 2023 году: Информационно-аналитический обзор / К. С. Баканов, П. В. Ляхов, А. С. Айсанов [и др.]. — М.: ФКУ «НЦ БДД МВД России», 2024. — 154 с. — EDN: BYRSGR.
2. Witcher C. Determination of rates of occurrence for hydroplaning events with naturalistic driving data / C. Witcher, D. Christ, J. Sudweeks, C. Layman, M. Perez // *Journal of Safety Research*. — 2024. — Vol. 91. — Pp. 303–313. — DOI: 10.1016/j.jsr.2024.09.018.
3. Hermange C. Experimental investigation of the leading parameters influencing the hydroplaning phenomenon / C. Hermange, V. Todoroff, F. Biesse, Y. Le-Chenadec // *Vehicle System Dynamics*. — 2022. — Vol. 60. — № 7. — Pp. 2375–2392. — DOI: 10.1080/00423114.2021.1901941. — EDN: KUGNKN.
4. Dehnad M. H. A review of numerical and experimental studies on hydroplaning of vehicles in motion on road surfaces / M. H. Dehnad, A. Yazdi // *Results in Engineering*. — 2024. — Vol. 23. — Article 102438. — DOI: 10.1016/j.rineng.2024.102438.
5. Jing C. Numerical study of the tire hydroplaning behavior of aircraft on grooved concrete pavement / C. Jing, Du Nizhi, Z. Nan, Li Yue, D. Xue, Z. Hui // *PLoS ONE*. — 2023. — Vol. 18. — № 11. — DOI: 10.1371/journal.pone.0292701.
6. Vilsan A. Hydroplaning of Tires: A Review of Numerical Modeling and Novel Sensing Methods / A. Vilsan, C. Sandu // *Proceedings of the ASME 2023 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. — 2023. — DOI: 10.1115/DETC2023-116314.
7. Lee H. S. FDOT's Enhanced Hydroplaning Prediction Tool / Lee H. S., Carvajal M., Holzschuher C., Choubane B. // *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. — 2021. — Vol. 2675. — № 10. — DOI: 10.1177/03611981211011479.
8. Hermange C. In-depth analysis of hydroplaning phenomenon accounting for tire wear on smooth ground / C. Hermange, G. Oger, Y. Le-Chenadec, M. De Leffe // *Journal of Fluids and Structures*. — 2022 — Vol. 111(11–14). — Article 103555. — DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2022.103555.
9. Chen X. Permeable friction course design with consideration of hydroplaning risk / X. Chen, H. Wang // *Canadian Journal of Civil Engineering*. Canadian Science Publishing. — 2024. — DOI: 10.1139/cjce-2024-0267.
10. Ковалев В. А. Определение скорости возможного аквапланирования / В. А. Ковалев, А. И. Фадеев, Е. С. Воеводин [и др.] // *Вестник Иркутского государственного технического университета*. — 2014. — № 5(88). — С. 115–119. — EDN: SGJFEN.
11. Schulz H. E. A Water Films and Hydroplaning on Highways: Hydrodynamic Aspects / H. E. Schulz, J. E. Curry, A. L. Simões // *Journal of Transportation Engineering*. Part B: Pavements. — 2021. — May. — DOI: 10.1061/JPEODX.0000309.
12. Cabut D. Analysis of the water flow inside tire grooves of a rolling car using refraction particle image velocimetry / D. Cabut, M. Michard, S. Simoens, L. Mees, V. Todoroff, C. Hermange, Y. Le-Chenadec // *Physics of Fluids*. — 2021. — Vol. 33(3). — Article 032101. — DOI: 10.1063/5.0038834.
13. Акименко А. В. Методика и алгоритм расчета местных потерь напора в трубопроводах / А. В. Акименко, Е. А. Аникеев, Р. Ю. Медведев // *Моделирование систем и процессов*. — 2023. — Т. 16. — № 4. — С. 7–15. — DOI: 10.12737/2219-0767-2023-16-4-7-15. — EDN: MUAJWN.
14. Семин М. А. Совершенствование методов расчета эквивалентного напора эжекторных установок в горных выработках большого сечения / М. А. Семин, С. В. Мальцев, В. А. Родионов // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. — 2024. — Т. 335. — № 7. — С. 185–195. — DOI: 10.18799/24131830/2024/7/4393. — EDN: QSJVTA.
15. Соколов М. А. Сравнение способов представления зависимости кинематической вязкости пресной воды от температуры / М. А. Соколов // *Труды Крыловского государственного научного центра*. — 2020. — № 1(391). — С. 42–49. — DOI 10.24937/2542-2324-2020-1-391-42-49. — EDN: LCQOBP.
16. Корсун А. С. Интегральная модель описания профиля скорости в шероховатых каналах для инженерных расчетов гидравлического сопротивления / А. С. Корсун, М. И. Писаревский, Ю. Н. Писаревская, В. Н. Федосеев // *Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы*. — 2022. — № 2. — С. 132–140. — EDN: CTHLIR.
17. Калякин А. М. Новая зависимость для определения коэффициента гидравлического сопротивления в переходной зоне сопротивления (от ламинарного режима к турбулентному) / А. М. Калякин, Е. В. Чеснокова // *Инженерно-строительный журнал*. — 2012. — № 2(28). — С. 51–55. — EDN: OWKIRD.
18. Montini E. Development and Experimental Assessment of a Control Logic for Hydroplaning Prevention / E. Montini, M. Salierno, S. Frigerio, S. Melzi // *16th International Symposium on Advanced Vehicle Control*. — 2024. — Pp. 293–300. — DOI: 10.1007/978-3-031-70392-8\_42.
19. Gurganus C. F., Chang S., Gharaibeh N. G. Evaluation of hydroplaning potential using Mobile Lidar measurements for network-level pavement management applications // *Road Materials and Pavement Design*. — 2021. — Vol. 23. — № 1. — Pp. 1–10. — DOI: 10.1080/14680629.2021.1899962.
20. Rana Md. M. Impact of autonomous truck implementation: rutting and highway safety perspectives / Md. M. Rana, K. Hossain // *Road Materials and Pavement Design*. — 2022. — Vol. 23. — № 10. — P. 2205–2226. — DOI: 10.1080/14680629.2021.1963815. — EDN: CNFWXE.

TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH, 2025, Vol. 11, No. 1, pp. 30–54  
DOI: 10.20295/2412-9186-2025-11-01-30-54

## Analytical Model for Calculating the Speed at Starting Hydroplaning in Unmanned Control Algorithms

### Information about authors

**Kuverin I. Yu.**, PhD in Engineering, Associate Professor. E-mail: igorkuv@mail.ru

**Guseva I. A.**, Postgraduate Student. E-mail: guseva11.ia@yandex.ru

**Gusev S. A.**, Doctor in Engineering, Professor, Head of the Department.

E-mail: o051nm@yandex.ru

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Department of Organization of Transportation, Traffic Safety and Car Service, Saratov

**Abstract:** This paper presents an analytical model for vehicle speed calculations at starting aquaplaning in real-time road conditions. High percentage of accidents associated with speed violations in adverse weather conditions makes the study relevant. A mathematical model based on the integral equations of mass and momentum conservation taking into account the tire geometric parameters, water film characteristics and those of the road surface has been developed. The proposed model makes it possible to calculate the critical speed of aquaplaning initiation for a specific vehicle. The paper presents the results of the simulation researching various factors affecting the aquaplaning initiation speed according to the developed model. The results of the study can be used for improving road safety including the unmanned vehicle operation, transport infrastructure design, as well as carrying out vehicle expertise and ensuring an aircraft take-off and landing safety.

**Keywords:** hydroplaning; road safety; critical speed; mathematical modelling; road conditions; water film on road surface; unmanned vehicles.

### References

- Bakanov K. S., Lyakhov P. V., Aisanov A. S. [et al.]. *Dorozhno-transportnaya aviariynost' v Rossiyskoy Federatsii v 2023 godu: Informatsionno-analiticheskiy obzor* [Road traffic accidents in the Russian Federation in 2023: An information and analytical review]. Moscow: NC BDD of the Ministry of Internal Affairs of Russia Publ., 2024, 154 p., EDN: BYRSGR. (In Russian)
- Witcher C., Christ D., Sudweeks J., Layman C., Perez M. Determination of rates of occurrence for hydroplaning events with naturalistic driving data. *Journal of Safety Research*, 2024, vol. 91, pp. 303–313, DOI: 10.1016/j.jsr.2024.09.018.
- Hermange C., Todoroff V., Biesse F., Le-Chenadec Y. Experimental investigation of the leading parameters influencing the hydroplaning phenomenon. *Vehicle System Dynamics*, 2022, vol. 60, I. 7, pp. 2375–2392, DOI: 10.1080/00423114.2021.1901941, EDN: KUGNKN.
- Dehnad M. H., Yazdi A. A review of numerical and experimental studies on hydroplaning of vehicles in motion on road surfaces. *Results in Engineering*, 2024, vol. 23, article 102438, DOI: 10.1016/j.rineng.2024.102438.
- Cai Jing, Du Nizhi, Zhou Nan, Li Yue, Dai Xue, Zhang Hui. Numerical study of the tire hydroplaning behavior of aircraft on grooved concrete pavement. *PLoS ONE*, 2023, vol. 18, I. 11, DOI: 10.1371/journal.pone.0292701.
- Vilsan A., Sandu C. Hydroplaning of Tires: A Review of Numerical Modeling and Novel Sensing Methods. *Proceedings of the ASME 2023 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2023, DOI: 10.1115/DETC2023-116314.
- Lee H. S., Carvajal M., Holzschuher C., Choubane B. FDOT's Enhanced Hydroplaning Prediction Tool. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2021, vol. 2675, I. 10, DOI: 10.1177/03611981211011479.
- Hermange C., Oger G., Le Chenadec Y., De Leffe M. In-depth analysis of hydroplaning phenomenon accounting for tire wear on smooth ground. *Journal of Fluids and Structures*, 2022, vol. 111(11–14), article 103555, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2022.103555.
- Chen X., Wang H. Permeable friction course design with consideration of hydroplaning risk. *Canadian Journal of Civil Engineering. Canadian Science Publishing*, 2024, DOI: 10.1139/cjce-2024-0267.
- Kovalev V. A., Fadeev A. I., Voevodin E. S. [et al.]. Opredeleeniye skorosti vozmozhnogo akvaplanirovaniya [Determination of the speed of possible aquaplaning]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Irkutsk State Technical University], 2014, I. 5(88), pp. 115–119, EDN: SGJFEH. (In Russian)
- Schulz H. E., Curry J. E., Simões A. L. A. Water Films and Hydroplaning on Highways: Hydrodynamic Aspects. *Journal of Transportation Engineering. Part B: Pavements*, 2021, May, DOI: 10.1061/JPEODX.0000309.
- Cabut D., Michard M., Simoens S., Mees L., Todoroff V., Hermange C., Le Chenadec Y. Analysis of the water flow inside tire grooves of a rolling car using refraction particle image velocimetry. *Physics of Fluids*, 2021, vol. 33(3), Article 032101, DOI: 10.1063/5.0038834.
- Akimenko A. V., Anikeev E. A., Medvedev R. Y. Metodika i algoritm rascheta mestnykh poter' napora v truboprovodakh [Methodology and algorithm for calculating local pressure losses in pipelines]. *Modelirovaniye sistem i protsessov* [Modeling of systems and processes], 2023, vol. 16, I. 4, pp. 7–15, DOI: 10.12737/2219-0767-2023-16-4-7-15, EDN: MUAJWN. (In Russian)
- Semin M. A., Maltsev S. V., Rodionov V. A. Sovershenstvovaniye metodov rascheta ekvivalentnogo napora ezhektornykh ustanovok v gornyykh vyrabotkakh bol'shogo secheniya [Improvement of methods for calculating the equivalent pressure of ejector installations in large-section mine workings]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov* [Proceedings of Tomsk Polytechnic University. Georesource engineering], 2024, vol. 335, I. 7, pp. 185–195, DOI 10.18799/24131830/2024/7/4393, EDN: QSVJTA. (In Russian)
- Sokolov M. A. Sravneniye sposobov predstavleniya zavisimosti kinematicheskoy vyzakosti presnoy vody ot temperatury [Comparison of ways of representing the dependence of kinematic viscosity of fresh water on temperature]. *Trudy Krylovskogo gosudarstvennogo nauchnogo tsentra* [Proceedings of the Krylov State Scientific Center], 2020, I. 1(391), pp. 42–49, DOI: 10.24937/2542-2324-2020-1-391-42-49, EDN: LCQOBP. (In Russian)
- Korsun A. S., Pisarevsky M. I., Pisarevskaya Yu. N., Fedoseev V. N. Integral'naya model' opisaniya profilya skorosti v sherokhovatykh kanalakh dlya inzhenernykh raschetov gidravlicheskogo soprotivleniya [An integral model for describing the velocity profile in rough channels for engineering calculations of hydraulic resistance]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Yaderno-reaktornyye konstanty* [Issues of atomic science and technology. Series: Nuclear reactor constants], 2022, I. 2, pp. 132–140, EDN: CTHLIR. (In Russian)
- Kalyakin A. M., Chesnokova E. V. Novaya zavisimost' dlya opredeleniya koeffitsiyenta gidravlicheskogo soprotivleniya v perekhodnoy zone soprotivleniya (ot laminarnogo rezhima k turbulentnomu) [A new dependence for determining the coefficient of hydraulic resistance in the transition zone of resistance (from laminar to turbulent regime)]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal* [Engineering and Construction Magazine], 2012, I. 2(28), pp. 51–55, EDN: OWBIRD. (In Russian)
- Montini E., Salerno M., Frigerio S., Melzi S. Development and Experimental Assessment of a Control Logic for Hydroplaning Prevention. *16th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2024, pp. 293–300, DOI: 10.1007/978-3-031-70392-8\_42.
- Gurganus C. F., Chang S., Gharaibeh N. G. Evaluation of hydroplaning potential using Mobile Lidar measurements for network-level pavement management applications. *Road Materials and Pavement Design*, 2021, vol. 23, I. 1, pp. 1–10, DOI: 10.1080/14680629.2021.1899962.
- Rana Md. M., Hossain K. Impact of autonomous truck implementation: rutting and highway safety perspectives. *Road Materials and Pavement Design*, 2022, vol. 23, I. 10, pp. 2205–2226, DOI: 10.1080/14680629.2021.1963815, EDN: CNFWXE.