УДК 519.833.2

Анализ стратегий движения поездов при временных задержках с использованием равновесия Нэша

Дорофеева Юлия Александровна — канд. физ-мат. наук, доцент кафедры «Высшая математика». Научные интересы: теория игр, методы оптимизации, методы принятия решений. E-mail: julana2008@yandex.ru

Бычков Максим Николаевич — студент бакалавриата 1-го курса направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника». Научные интересы: информационные системы, моделирование надежности, теория принятия решений. E-mail: maximus.bychkov@gmail.com

Карванен Максим Дмитриевич — студент бакалавриата 1-го курса направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника». Научные интересы: информационные системы, моделирование надежности, теория принятия решений. E-mail: maksimkarvanen03@gmail.com

Красавин Павел Андреевич — студент бакалавриата 1-го курса направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника». Научные интересы: информационные системы, моделирование надежности, теория принятия решений. E-mail: thegan354@mail.ru

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

Для цитирования: Дорофеева Ю. А., Бычков М. Н., Карванен М. Д., Красавин П. А. Анализ стратегий движения поездов при временных задержках с использованием равновесия Нэша // Интеллектуальные технологии на транспорте. 2025. № 1 (41). С. 20–26. DOI: 10.20295/2413-2527-2025-141-20-26

Аннотация. *Анализ стратегий движения поездов при временных задержках с использованием равновесия Нэша представляет собой сложный процесс, который требует учета множества факторов, влияющих на эффективность и стоимость перевозок. Один из ключевых аспектов, который рассматривается в работе, — это сохранение движения поездов при условии переменных затрат времени, а именно времени простоя в связи с ремонтом железнодорожных путей или поломкой подвижного состава. В работе предложен оптимальный вариант выбора пути движения поездов по маршруту. Для нахождения кратчайшего маршрута используется алгоритм Дейкстры. В работе также анализируется среднее ожидание временных затрат для каждой стратегии. Найдено равновесие Нэша для учета взаимодействий между участниками транспортной системы.* ***Цель:*** *нахождение равновесия для движения нескольких поездов в результате возникновения внештатной ситуации и составление оптимального расписания с учетом этого фактора. Для достижения цели использованы информационные технологии, анализ данных и другие инновационные подходы.* ***Методы:*** *анализ современных инструментов и технологий, включая математическое моделирование.* ***Результаты:*** *подчеркивают важность управления движением поездов и организации работы на железнодорожном транспорте.* ***Практическая значимость:*** *анализ стратегий движения поездов при временных задержках требует комплексного подхода, который включает в себя анализ множества факторов, взаимодействие различных участников и использование современных технологий. Это позволяет не только улучшить качество обслуживания пассажиров, но и повысить общую эффективность работы железнодорожного транспорта.*

Ключевые слова: *транспортная система, алгоритм Дейкстры, математическое ожидание, равновесие Нэша, стратегия выбора маршрута, железнодорожная сеть, эффективность маршрута*

1.2.2 — *математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)*

Введение

Вследствие увеличения объемов грузовых и пассажирских перевозок все более важной становится задача соблюдения установленного графика движения железнодорожного транспорта, поскольку разные отклонения от него приводят к задержкам или отмене поездов. В связи с этим особое внимание уделяется вопросам совершенствования процессов управления движением поездов, а также реализации систем поддержки принятия решений на транспорте. Основная концепция в предложенной работе заключается в применении теории игр, в которой игроками являются объекты железнодорожного транспорта. Аналогичный подход был рассмотрен в работе [1], однако важной особенностью данного исследования является применение методов искусственного интеллекта. В работе [2] используются сверточные нейронные сети. Зарубежные исследования [3] описывают применение технологии искусственного интеллекта и игровой постановки в системах управления движением самого поезда, а также прогнозирования неисправностей подвижного состава. В работе предложено решение в виде равновесия по Нэшу, определенного в матрице выигрышей [4–11].

Постановка задачи

Железнодорожная транспортная система представлена в виде графа на рис. 1. В качестве конкретного примера рассматривается граф движения поездов из Санкт-Петербурга в Москву. Вершинами в данном случае будут развилки или станции, ребра — пути между ними, вес ребер представлен в виде времени в минутах.

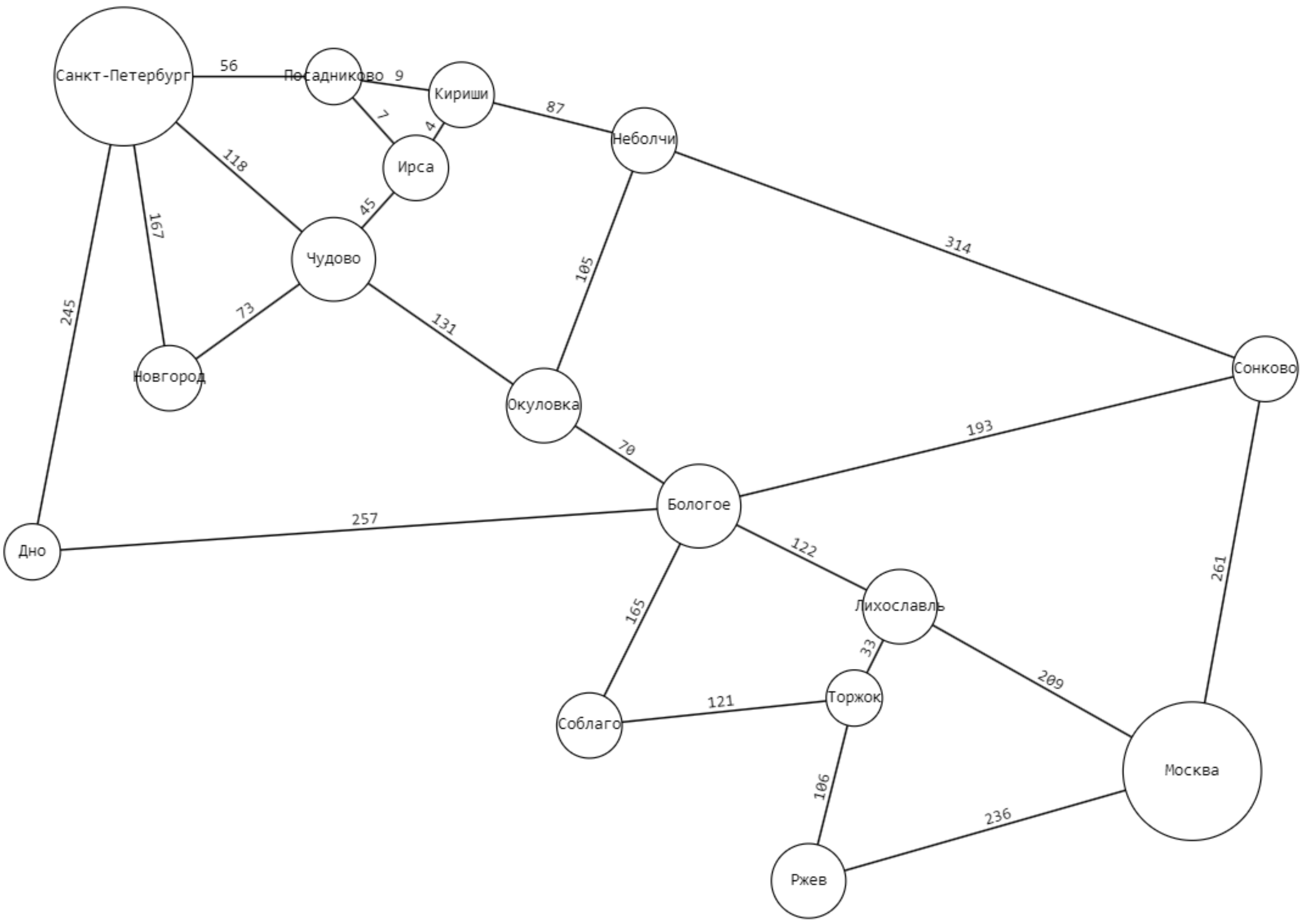

Рис. 1. Граф железнодорожной сети на участке Санкт-Петербург — Москва

Необходимо определить оптимальные пути для поездов с учетом перекрытия железнодорожных веток.

Метод решения

Кратчайший путь между двумя вершинами графа (например, Санкт-Петербург — Чудово) может быть найден с помощью алгоритма Дейкстры. Однако, если следование по одному из маршрутов невозможно или ограничено, необходимо учитывать дополнительные факторы для преодоления маршрута:

Маршрут 1 (с перекрытием пути Санкт-Петербург — Чудово):

Время прохождения маршрута: $T_1 = a + x$, где a — время прохождения пути без перекрытия; x — дополнительное время ожидания из-за перекрытия (переменная величина).

Маршрут 2 (альтернативный Санкт-Петербург — Великий Новгород — Чудово):

Время прохождения маршрута: $T_2 = b + t_{\text{ожидания}}$, где b — время прохождения маршрута; $t_{\text{ожидания}}$ — возможное время ожидания, например по причине загруженности линии.

Для данной постановки существует несколько стратегий прохождения пути:

- **S1**: ожидание в пункте отправления, пока маршрут 1 не освободится, затем ехать по маршруту 1.
- **S2**: немедленно отправиться по маршруту 2.
- **S3**: отправиться по маршруту 1, надеясь, что дорога откроется к моменту прибытия.

Анализ стратегий

1. **Стратегия S1**: ожидание в пункте Санкт-Петербург, а затем ехать по маршруту 1.

В случае, если x мало, эта стратегия оказывается оптимальной. Однако если x велико, поезд теряет время, которое можно было бы потратить на движение по гарантированному маршруту 2.

2. **Стратегия S2:** движение по маршруту 2 Санкт-Петербург — Великий Новгород — Чудово.

Преимущество: фиксированное время, известное заранее.

Недостаток: если первая стратегия оптимальна, то неизбежна потеря времени при ожидании.

3. **Стратегия S3:** движение по маршруту 1.

Общее время до пункта B:

$$T_{S3} = \begin{cases} a, \text{если } x \le t_{\text{подъезда}} \\ t_{\text{подъезда}} + x, \text{если } x > t_{\text{подъезда}} \end{cases},$$

где $t_{\text{подъезда}}$ — время движения поезда до места перекрытия.

Преимущество: если x мало, маршрут 1 будет самым быстрым.

Недостаток: если $x > t_{\text{подъезда}}$, время ожидания может значительно превысить время проезда по маршруту 2.

Решение задачи сводится к выбору стратегии, которая минимизирует общее время T. Это зависит от вероятности $P(x)$, параметров a, b, $t_{\text{ожидания}}$, $t_{\text{подъезда}}$.

Условия выбора стратегии

1. Если x мало: стратегии S1 или S3 более предпочтительны, так как $T_1 < T_2$.

2. Если x велико: стратегия S2 более предпочтительна, так как $T_2 < T_1$.

3. Если $t_{\text{подъезда}} < x \ll b + t_{\text{ожидания}} - a$: S3 становится оптимальной, поскольку время преодоления пути оказывается минимальным.

Математическое ожидание затрат времени

Для каждого сценария можно вычислить ожидаемое время:

1. **Для стратегии S1:**

$$E[T_{S1}] = a + E[x],$$

где $E[x]$ — время устранения перекрытия.

2. **Для стратегии S2:**

$$E[T_{S2}] = b + t_{\text{ожидания}}.$$

3. **Для стратегии S3:**

$$E[T_{S3}] = P(x \le t_{\text{подъезда}})a + \\ + P(x > t_{\text{подъезда}})(t_{\text{подъезда}} + E[x | x > t_{\text{подъезда}}]),$$

где $E[x | x > t_{\text{подъезда}}]$ — условное математическое ожидание времени перекрытия, если оно превышает $t_{\text{подъезда}}$.

Выбирается стратегия с минимальным значением $E[T]$.

Равновесие Нэша

В задаче участвуют несколько игроков (поездных составов), рассматриваются следующие маршруты:

Маршрут 1 (закрытый маршрут)

Если большинство поездов решают дождаться, когда препятствие на пути 1 будет устранено, это может ускорить устранение x (например, службы экстренной помощи могут ускорить процесс из-за высокого спроса). Однако, если длительность перекрытия будет увеличена, общее время движения всех поездов увеличится.

Маршрут 2 (альтернативный маршрут)

Когда большинство поездов выбирают маршрут 2, возникают задержки $t_{\text{ожидания}}$, что увеличивает общее время T_2.

Достижение равновесия Нэша гарантировано, если ни один из игроков не может уменьшить свое время, не поменяв стратегию.

N — количество игроков (поездов). Каждый игрок выбирает одну из трех стратегий: S1, S2, S3. В данном случае это маршруты. Выигрышем является время.

Распределение участников**:**

1. n_1: число игроков, выбравших стратегию S1.
2. n_2: число игроков, выбравших стратегию S2.
3. $n_3 = N - n_1 - n_2$: число игроков, выбравших стратегию S3.

Время ожидания на маршруте 2 $t_{\text{ожидания}}$ линейно растет с количеством игроков n_2: $t_{\text{ожидания}} = \alpha\, n_2$, где α — коэффициент, зависящий от пропускной способности маршрута.

Общее время всех игроков складывается из их стратегий:

$$T_{\text{общ}} = n_1 T_{S1} + n_2 T_{S2} + n_3 T_{S3}.$$

Цель состоит в том, чтобы минимизировать $T_{\text{общ}}$ путем нахождения равновесного распределения (n_1, n_2, n_3). Для достижения равновесия по Нэшу необходимо, чтобы ни один игрок не мог сократить свое время, изменив свою стратегию. Для этого мы сравним время, затрачиваемое на все стратегии:

1. Если $T_{S1} < T_{S2}$ и $T_{S1} < T_{S3}$, игроки выбирают S1.
2. Если $T_{S2} < T_{S1}$ и $T_{S2} < T_{S3}$, игроки выбирают S2.

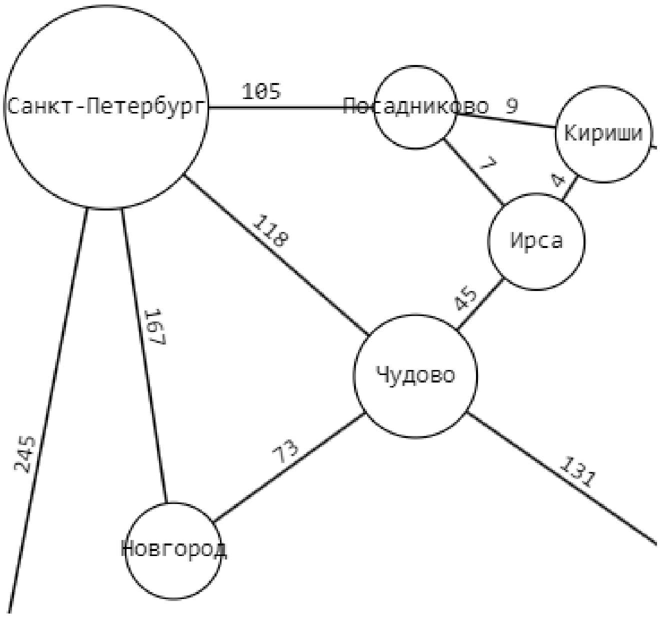

Рис. 2. Область графа, рассматриваемая в задаче

3. Если $T_{S3} < T_{S1}$ и $T_{S3} < T_{S2}$, игроки выбирают S3.

Равновесие достигается, когда распределение игроков (n_1, n_2, n_3) стабильно и время, затрачиваемое на каждую стратегию, сбалансированно.

Составим матрицу выигрышей для ситуации, где трое игроков $(Player1, Player2, Player3)$ выбирают одну из трех стратегий (граф движения на рис. 2):

- S1 — ожидание в исходном пункте (Санкт-Петербург);
- S2 — немедленно отправляться по гарантированному маршруту (Санкт-Петербург — Великий Новгород — Чудово);
- S3 — отправляться по маршруту 1 при условии, что перекрытие устранится.

Параметры задачи (пример)

1. a = 2 часа (фиксированное время маршрута Санкт-Петербург — Чудово без перекрытий).
2. b = 4 часа (фиксированное время альтернативного маршрута Санкт-Петербург — Великий Новгород — Чудово без ожидания).
3. $X_{\max} = 2$ (максимальное время перекрытия x).
4. $t_{\text{ожидания}} = \alpha n_2$, где $\lambda = 0{,}5$ (дополнительное время на маршруте 2 из-за загрузки).
5. Вероятность

$$P\left(x \le t_{\text{подъезда}}\right) = \frac{t_{\text{подъезда}}}{X_{\max}} = 0{,}5 \text{ при } t_{\text{подъезда}} = 1.$$

Таблица 1

Матрица выигрышей для трех участников

Стратегии	$T_{Player1}$	$T_{Player2}$	$T_{Player3}$
(S_1, S_1, S_1)	4:00	4:00	4:00
(S_1, S_1, S_2)	4:00	4:00	4:30
(S_1, S_2, S_2)	4:00	5:00	5:00
(S_1, S_2, S_3)	4:00	5:00	3:00
(S_1, S_3, S_3)	4:00	3:00	3:00
(S_2, S_2, S_2)	5:30	5:30	5:30
(S_2, S_2, S_3)	5:30	5:30	3:00
(S_2, S_3, S_3)	5:30	3:00	3:00
(S_3, S_3, S_3)	**3:00**	**3:00**	**3:00**
(S_3, S_3, S_3)	3:00	3:00	5:00
(S_3, S_2, S_2)	3:00	5:00	5:00

Выигрыш для каждого игрока — это затраты времени на достижение конечного пункта.

В результате была получена матрица выигрышей времени (табл. 1).

Равновесием по Нэшу является состояние: $T_{Player1} = T_{Player2} = T_{Player3} = 3$.

При движении трех составов наиболее оптимальный вариант для каждого из них — отправиться по заданному маршруту с учетом времени устранения поломки пути.

Заключение

Работы на тему анализа стратегий движения поездов при временных задержках охватывают широкий спектр аспектов — от оптимизации расписаний до внедрения новых технологий. Эти исследования способствуют улучшению качества услуг, повышению безопасности и эффективности работы железнодорожного транспорта. В данном случае показан теоретико-игровой подход для решения задачи сохранения расписания движения поездов с учетом поломки путей. В перспективе планируется решить задачу поиска оптимального пути следования поездов для конкретной железнодорожной ветки с использованием игровой постановки.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Интеллектуальная система оперативной корректировки графика движения поездов / И. С. Макаров, Р. А. Горбачев, Н. В. Фомин, А. Н. Новиков [и др.] // Железнодорожный транспорт. 2021. № 5. С. 22–25.

2. Intelligent Control Systems for Maintenance of Railway Rolling Stock / E. M. Zakharova, F. F. Paschenko, A. K. Takmazyan [et al.] // Proceedings of the 11th IEEE International Conference on the Application of Information and Communication Technologies (AICT 2017) (Russia, Moscow, 20–22 September 2017). Vol. 1. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2017. Pp. 423–425.

3. A General Reinforcement Learning Algorithm That Masters Chess, Shogi, and Go Through Self-Play / D. Silver, T. Hubert, J. Schrittwieser [et al.] // Science. 2018. Vol. 362, Iss. 6419. Pp. 1140–1144. DOI: 10.1126/science.aar6404.

4. Deep Learning Advancements: Closing the Gap / A. Stipić, T. Bronzin, B. Prole, K. Pap // Proceedings of the 42nd International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO) (Opatija, Croatia, 20–24 May 2019). Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. Pp. 1087–1092. DOI: 10.23919/MIPRO.2019.8757133.

5. Мазалов В. В. Математическая теория игр и приложения: учебное пособие. 2-е изд., стер. СПб.: Лань, 2016. 448 с.

6. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Семина Е. А. Теория игр: учебное пособие. М.: Высшая школа, Книжный дом «Университет», 1998. 304 с.

7. Зоркальцев В. И., Киселева М. А. Равновесие Нэша в нелинейной транспортной модели // Оптимизация, управление, интеллект. 2007. № 1. С. 42–50.

8. фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение = Theory of games and economic behavior / пер. с англ. под ред. Н. Н. Воробьева. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970. 707 с.

9. Протасов И. Д. Теория игр и исследование операций: учебное пособие. М.: Гелиос АРВ, 2003. 368 с.

10. Myerson R. B. Game theory: Analysis of conflict. Cambridge (MA), London: Harvard University Press, 1991. 581 p.

11. Solomon M. M., Desrosiers J. Survey Paper — Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems // Transportation Science. 1988. Vol. 22, No. 1. Pp. 1–13. DOI: 10.1287/trsc.22.1.1.

Дата поступления: 17.02.2025
Решение о публикации: 20.02.2025

Train Scheduling Strategies for Reducing Delays Using Nash Equilibrium

Yulia A. Dorofeeva — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics. Research interests: game theory, optimization methods, decision-making methods. E-mail: julana2008@yandex.ru

Maksim N. Bychkov — 1st year student of the Information and Computing Systems Department. Research interests: information systems, reliability modelling, decision-making theory. E-mail: maximus.bychkov@gmail.com

Maksim D. Karvanen — 1st year student of the Information and Computing Systems Department. Research interests: information systems, reliability modelling, decision-making theory. E-mail: maksimkarvanen03@gmail.com

Pavel A. Krasavin — 1st year student of the Information and Computing Systems Department. Research interests: information systems, reliability modelling, decision-making theory. E-mail: thegan354@mail.ru

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, 9, Moskovsky ave., Saint Petersburg, 190031, Russia

For citation: Dorofeeva Yu. A., Bychkov M. N., Karvanen M. D., Krasavin P. A. Train Scheduling Strategies for Reducing Delays Using Nash Equilibrium. *Intellectual Technologies on Transport*, 2025, No. 1 (41), pp. 20–26. DOI: 10.20295/2413-2527-2025-141-20-26. (In Russian)

Abstract. *Analysis of train movement strategies for reducing delays using Nash equilibrium is a complex process that requires consideration of many factors affecting the transportation efficiency and costs. One of the key aspects considered in the paper is maintaining train traffic under variable time costs, namely, downtime due to track repairs or rolling stock breakdown. The paper proposes an optimized solution for selecting the train routes. Dijkstra's algorithm is used to find the shortest route. The paper also analyzes the average time cost expectation for each strategy. The Nash equilibrium has been found that accounts for the interaction between the transport system participants.* ***Purpose:*** *to find an equilibrium for train movement in case of emergency; to create an optimal train schedule considering the above factor. Information technology, data analysis and other innovative approaches were used to achieve this goal.* ***Methods:*** *analysis of modern tools and technologies including mathematical modelling.* ***Results:*** *to emphasize the importance of train traffic management and organizational aspect of rail transport operation.* ***Practical significance:*** *the analysis of train movement strategies for reducing delays requires an integrated approach that includes the analysis of many factors, the interaction of various participants and the use of modern technologies. This allows improving the quality of passenger service as well as increasing rail transport efficiency.*

Keywords: *transport system, Dijkstra's algorithm, mathematical expectation, Nash equilibrium, route selection strategy, rail network, route efficiency*

REFERENCES

1. Makarov I. S., Gorbachev R. A., Fomin N. V., et al. Intellektualnaya sistema operativnoy korrektirovki grafika dvizheniya poezdov [Intelligent System for Operational Adjustment of Train Schedules], *Zheleznodorozhnyy Transport*, 2021, No. 5, Pp. 22–25. (In Russian)

2. Zakharova E. M., Paschenko F. F., Takmazyan A. K., et al. Intelligent Control Systems for Maintenance of Railway Rolling Stock, *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on the Application of Information and Communication Technologies (AICT 2017), Russia, Moscow, September 20–22, 2017.* Vol. 1. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2017, Pp. 423–425.

3. Silver D., Hubert T., Schrittwieser J., et al. A General Reinforcement Learning Algorithm That Masters Chess, Shogi, and Go Through Self-Play, *Science*, 2018, Vol. 362, Iss. 6419, Pp. 1140–1144. DOI: 10.1126/science.aar6404.

4. Stipić A., Bronzin T., Prole B., Pap K. Deep Learning Advancements: Closing the Gap, *Proceedings of the 42nd International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO), Opatija, Croatia, May 20–24, 2019*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. Pp. 1087–1092. DOI: 10.23919/MIPRO.2019.8757133.

5. Mazalov V. V. Matematicheskaya teoriya igr i prilozheniya: uchebnoe posobie [Mathematical game theory and applications: A tutorial]. Saint Peterburg, LAN Publishing House, 2016. 448 p. (In Russian)

6. Petrosyan L. A., Zenkevich N. A., Semina E. A. Teoriya igr: uchebnoe posobie [Game theory: A tutorial]. Moscow, Vysshaya Shkola Publishing House, Universitet Publishing House, 1998, 304 p. (In Russian)

7. Zorkaltsev V. I., Kiseleva M. A. Ravnovesie Nesha v nelineynoy transportnoy modeli [Nash Equilibrium in Nonlinear Transport Problem], *Optimizatsiya, Upravlenie, Intellekt*, 2007, No. 1, Pp. 42–50. (In Russian)

8. von Neumann J., Morgenstern O. Teoriya igr i ekonomicheskoe povedenie [Theory of games and economic behavior]. Moscow, Nauka Publishers, 1970, 707 p. (In Russian)

9. Protasov I. D. Teoriya igr i issledovanie operatsiy: uchebnoe posobie [Game theory and operations research: A tutorial]. Moscow, Gelios ARV Publishing House, 2003. 368 p. (In Russian)

10. Myerson R. B. Game theory: Analysis of conflict. Cambridge (MA), London, Harvard University Press, 1991. 581 p.

11. Solomon M. M., Desrosiers J. Survey Paper — Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems, *Transportation Science*, 1988, Vol. 22, No. 1, Pp. 1–13. DOI: 10.1287/trsc.22.1.1.

Received: 17.02.2025
Accepted: 20.02.2025