

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МОДУЛЬНЫХ ВЗВЕШЕННЫХ КОДОВ С СУММИРОВАНИЕМ В СХЕМАХ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ НА ОСНОВЕ ЛОГИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ СИГНАЛОВ

ЕЛИНА Есения Игоревна, аспирант; e-mail: eseniya-elina@mail.ru

Высшая школа транспорта, Институт машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург

В статье описаны принципы построения модульных взвешенных кодов с суммированием, где основное внимание уделено случаям с числом информационных символов $m = 5$ и значениями модуля $M = 4, 8, 16, 32, 64$. Для каждого из рассматриваемых классов кодов получены значения общего количества вариантов последовательностей весовых коэффициентов и число тех из них, которые обеспечивают равномерное распределение информационных векторов между контрольными. Сформированы условия выбора весовых коэффициентов, обеспечивающих равномерное распределение. Предложен алгоритм синтеза схемы встроенного контроля с применением логической коррекции сигналов, а также представлена структура схемы встроенного контроля с коррекцией сигналов, формирующих проверочные символы модульного взвешенного кода с суммированием. Структура обобщена для кода с числом информационных символов $m = 5$. Проведены экспериментальные исследования на наборе тестовых схем MCNC Benchmarks, демонстрирующие существенное снижение параметров по показателям сложности реализации устройства предложенным методом по сравнению с методом дублирования. Полученные результаты исследования подтверждают высокую гибкость предложенного подхода и его перспективность в задачах проектирования самопроверяемых цифровых устройств.

Ключевые слова: модульный взвешенный код с суммированием; схема встроенного контроля; логическая коррекция сигналов; самопроверяемое устройство.

DOI: 10.20295/2412-9186-2025-11-02-178–193

▼ Введение

Вопросы технической диагностики цифровых устройств и систем берут свое начало с середины XX века и остаются предметом активных научных исследований на протяжении последних десятилетий.

По мере развития методов технической диагностики исследователи все чаще обращаются к подходам, ориентированным не только на выявление отказов, но и на обеспечение устойчивости функционирования систем при их возникновении. Это закономерно приводит к изучению решений, направленных на повышение надежности устройств [1].

Первые подходы [2, 3], получившие широкое распространение, были ориентированы преимущественно на структурное резервирование, при котором работоспособность системы сохраняется за счет наличия резервных

элементов, способных заменить отказавшие компоненты и взять на себя их функции без нарушения общего алгоритма функционирования. К числу таких методов относятся: дублирование, где помимо собственного объекта диагностирования существует дублирующий, и, например, мажоритарные схемы коррекции, где используются три и более одинаковых элемента. Наиболее известной реализацией мажоритарной схемы коррекции является тройное модульное резервирование (Triple Modular Redundancy, TMR), при котором решение о значении выходного сигнала принимается по принципу большинства среди трех параллельно работающих элементов.

Эти методы демонстрируют высокую эффективность в условиях критических отказов, особенно в атомной энергетике, железнодорожной, аэрокосмической и авиационной

технике, однако главным их недостатком остается существенная аппаратная избыточность.

С развитием микроэлектроники и увеличением структурной сложности цифровых систем стало очевидно, что одних лишь резервных решений недостаточно. Возросли требования к различным методам кодирования, в частности направленных на своевременное обнаружение и коррекцию ошибок.

Следует отметить, что задачи обнаружения и коррекции неисправностей принципиально разделяются. В настоящей статье основное внимание уделено методам обнаружения ошибок, не предполагающим последующую коррекцию. Такой подход позволяет существенно снизить аппаратную избыточность по сравнению с полным резервированием.

Отдельным и активно развиваемым классом помехозащищенных кодов являются коды с суммированием, в которых проверочные символы формируются на основе подсчета суммы единичных информационных символов. Одними из первых работ по кодам с суммированием являются исследования, проведенные Дж. Бергером [4, 5]. В последующих работах [6–8] код Бергера, названный в честь изобретателя, продолжает привлекать внимание ученых. Известно, что такой код способен обнаружить искажения с неравным числом нулевых и единичных значений и искажения с изменением только единичных или только нулевых разрядов в информационном векторе, а вот искажения символов с одинаковым количеством нулевых и единичных разрядов найдены не будут.

Другим примером является модульный код с суммированием, где для подсчета суммы необходимо зафиксировать модуль $M \in \mathbb{N}, M \geq 2$. В частности, при установлении значения модуля $M = 4, 8, 12$ коды получили название кодов Боуза — Лина [9, 10]. Однако, как показывают проведенные исследования [11–13], код Боуза — Лина не способен обнаруживать существенную часть ошибок.

Появляется необходимость в дальнейшем исследовании методов кодирования. Особый интерес представляют модульные взвешенные коды с суммированием [14–18], при

построении которых осуществляется предварительное взвешивание разрядов информационного вектора. За счет варьирования весовых коэффициентов можно добиться улучшения свойств обнаружения ошибок.

Несмотря на значительный потенциал применения модульных взвешенных кодов с суммированием в системах диагностирования, данный класс кодов по-прежнему остается недостаточно исследованным [19–23]. Существует целый ряд нерешенных задач, ограничивающих их широкое применение. Одной из задач является отсутствие универсальных критериев или теоретических методов выбора весовых коэффициентов, при которых достигается максимальная вероятность обнаружения ошибок. Определение подходящих весов часто осуществляется методом перебора, что приводит к увеличению вычислительной сложности при росте числа информационных разрядов и значения модуля. Эти нерешенные задачи формируют важные векторы дальнейших направлений исследований в данной области.

Исследования в области логической коррекции сигналов (ЛКС) при синтезе схем встроенного контроля (СВК) [24] развиваются по нескольким ключевым направлениям, каждое из которых фокусируется на использовании определенных классов кодов. Одним из первых и наиболее проработанных направлений является применение ЛКС к классу неразделимых кодов [25, 26]. В ряде работ используется применение ЛКС к классу самодвойственных схем [27]. Другим значимым направлением является изучение ЛКС применимо к разделимым кодам, таким как код Бергера, код Боуза — Лина, взвешенные коды с суммированием [28–31].

В настоящей статье рассмотрено применение модульных взвешенных кодов с суммированием в задаче синтеза СВК на основе ЛКС, а именно исследуется класс модульных взвешенных кодов с суммированием с числом информационных символов $m = 5$ и изменяемым значением модуля. ЛКС подразумевает включение в состав схемы дополнительных логических элементов, обеспечивающих контроль корректности передаваемой информации.

1. Формирование и исследование свойств модульного взвешенного кода с суммированием

Модульный взвешенный код с суммированием относится к классу разделимых кодов. В таких кодах четко разграничены типы символов: одни являются информационными m , а другие — проверочными k .

Рассмотрим подробнее процесс построения модульного взвешенного кода с суммированием. Зададим количество информационных символов m , значение модуля M и количество проверочных символов $k = \lceil \log_2 M \rceil$. Будем обозначать такие коды как $WS(m, k, M)$ коды (от англ. Weight-based Sum codes with modulo M). Каждому информационному символу y_i ставится в соответствие весовой коэффициент $w_i \in \mathbb{N}$. Для получения проверочных символов находим число W_M :

$$W_M = \sum_{i=1}^m y_i w_i \pmod{M}.$$

Полученное по формуле значение представляется в двоичном виде и приписывается к информационной части, формируя итоговое кодовое слово.

Ранее в работах [32–36] были изучены свойства отдельных $WS(m, k, M)$ кодов с различными последовательностями весовых коэффициентов и их способностями к обнаружению ошибок. В предыдущих исследованиях также особое внимание уделялось случаям с меньшим числом информационных символов, в частности $m = 4$ [37, 38], что позволило выявить базовые свойства и оценить общую эффективность модульного взвешенного кода с суммированием. Эти исследования заложили основу для дальнейшего анализа характеристик $WS(m, k, M)$ кодов.

Для более глубокого анализа свойств модульного взвешенного кода с суммированием и выявления новых особенностей, возникающих при переходе к более сложным структурам, предложено сосредоточиться на детальном рассмотрении модульных взвешенных кодов с фиксированным числом информационных символов $m = 5$ и варьируемым значением модуля M . В качестве значений модуля

Таблица 1. Классификация информационных векторов по одинаковым контрольным векторам для кода $WS(5, 2, 4)$

с $[w_5, w_4, w_3, w_2, w_1] = [3, 2, 1, 1, 1]$

W_4			
0	1	2	3
Контрольные векторы			
00	01	10	11
Информационные векторы			
00000	00001	00011	00111
01011	00010	00101	01001
01101	00100	00110	01010
01110	01111	01000	01100
10001	10011	10111	10000
10010	10101	11001	11011
10100	10110	11010	11101
11111	11000	11100	11110

рассматриваются числа, кратные степени двойки. Так выделяются следующие конфигурации кодов, на которых будет сконцентрировано исследование: $WS(5, 2, 4)$, $WS(5, 3, 8)$, $WS(5, 4, 6)$, $WS(5, 5, 32)$, $WS(5, 6, 64)$.

Приведем примеры разбиения информационных векторов между контрольными для кодов с $M = 4$ и $M = 16$, которые отражены в табл. 1 и 2. В таблицах приведены столбцы контрольных векторов и наборы информационных векторов, которым они соответствуют. В случае $M = 4$ формируются четыре возможные контрольные комбинации (00, 01, 10, 11), по которым распределены по восемь информационных векторов, а в случае $M = 16$ формируются шестнадцать контрольных комбинаций (0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111), по которым распределены по два информационных вектора.

Анализ табл. 1 и 2 показывает, что с увеличением количества возможных вычетов по модулю появляется большее количество столбцов, соответствующих контрольным векторам. При этом каждому вычету соответствует все меньшее количество информационных векторов.

Рассмотрим подробнее задачу выбора весовых коэффициентов. При выборе весовых коэффициентов будем учитывать только

Таблица 2. Классификация информационных векторов по одинаковым контрольным векторам для кода $WS(5, 4, 16)$ с $[w_5, w_4, w_3, w_2, w_1] = [8, 4, 2, 1, 1]$

W_{16}															
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Контрольные векторы															
0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Информационные векторы															
00000	00001	00011	00101	00111	01001	01011	01101	01111	10001	10011	10101	10111	11001	11011	11101
11111	00010	00100	00110	01000	01010	01100	01110	10000	10010	10100	10110	11000	11010	11100	11110

упорядоченные по возрастанию наборы весов без перестановок (например, последовательности $[1, 1, 2, 2, 3]$ и $[3, 2, 1, 2, 1]$ считаются эквивалентными и учитываются как один вариант). Так, для кода $WS(5, 2, 4)$ существует 21 способ выбора весовых коэффициентов: $[1, 1, 1, 1, 1]$, $[1, 1, 1, 1, 2]$, $[1, 1, 1, 1, 3]$, $[1, 1, 1, 2, 2]$, $[1, 1, 1, 2, 3]$, $[1, 1, 1, 3, 3]$, $[1, 1, 2, 2, 2]$, $[1, 1, 2, 2, 3]$, $[1, 1, 2, 3, 3]$, $[1, 1, 3, 3, 3]$, $[1, 2, 2, 2, 2]$, $[1, 2, 2, 2, 3]$, $[1, 2, 2, 3, 3]$, $[1, 2, 3, 3, 3]$, $[1, 3, 3, 3, 3]$, $[2, 2, 2, 2, 2]$, $[2, 2, 2, 2, 3]$, $[2, 2, 2, 3, 3]$, $[2, 2, 3, 3, 3]$, $[2, 3, 3, 3, 3]$, $[3, 3, 3, 3, 3]$.

Общее количество вариантов последовательностей весовых коэффициентов $[w_m, w_{m-1}, \dots, w_2, w_1]$ без учета перестановок, при условии, что каждый вес выбирается из множества $w_i \in \{1, 2, \dots, M-1\}$, определяется по формуле (1), которая основана на комбинаторной задаче и отражает количество сочетаний с повторениями из допустимого множества весов:

$$N_{WS(m,k,M)} = \bar{C}_{M-1}^m = \frac{((M-1)+m-1)!}{m!((M-1)-1)!} = \frac{(M+m-2)!}{m!(M-2)!}, \quad (1)$$

где m — число информационных символов, отражающее количество элементов в каждом сочетании;

$(M-1)$ — количество возможных значений весов, где каждый из них может быть выбран несколько раз.

Полученные значения по формуле (1) представлены в табл. 3.

С точки зрения упрощения реализации самопроверяемых дискретных устройств немаловажную роль несет характер распределения информационных векторов между контрольными. Все информационные векторы можно

разделить на группы, соответствующие контрольным векторам. В случае, когда значительная часть информационных векторов попадает в группу, соответствующую одному контрольному вектору, возрастает вероятность необнаруживаемых ошибок [8]. При искажении одного или нескольких разрядов информационного вектора он может преобразоваться в вектор из той же группы, а следовательно, контрольный вектор не изменится. Такая ошибка не будет обнаружена контрольным устройством, что напрямую снижает помехозащищенность СВК. Чем ближе распределение к равномерному, тем выше вероятность кода к обнаружению большего числа ошибок. Так, например, для кода $WS(5, 2, 4)$ из 21 возможного варианта взвешивания без учета перестановок только 14 вариантов обеспечивают равномерное распределение. К числу таких вариантов относятся следующие весовые комбинации: $[1, 1, 1, 1, 2]$, $[1, 1, 1, 2, 2]$, $[1, 1, 1, 2, 3]$, $[1, 1, 2, 2, 2]$, $[1, 1, 2, 2, 3]$, $[1, 1, 2, 3, 3]$, $[1, 2, 2, 2, 2]$, $[1, 2, 2, 2, 3]$, $[1, 2, 2, 3, 3]$, $[1, 2, 3, 3, 3]$, $[2, 2, 2, 2, 3]$, $[2, 2, 2, 3, 3]$, $[2, 2, 3, 3, 3]$, $[2, 3, 3, 3, 3]$.

Для кодов с большей избыточностью $WS(5, 3, 8)$, $WS(5, 4, 16)$, $WS(5, 5, 32)$ ручной перебор становится нецелесообразным из-за экспоненциального роста количества возможных весовых комбинаций. В связи с этим процесс подбора комбинаций, обеспечивающих равномерное распределение, был автоматизирован с помощью разработанного программного кода. В результате автоматизированного перебора были выделены комбинации весов, обеспечивающих равномерное распределение, и получено их общее количество для каждого из исследуемых кодов. Полученные данные легли в основу сравнительного анализа, результаты которого отражены в табл. 3, из которой видно,

Таблица 3. Характеристики распределения весовых коэффициентов

Код	Множество допустимых значений весов	Общее количество вариантов взвешивания	Количество вариантов с равномерным распределением	Доля количества с равномерным распределением, %
$WS(5, 2, 4)$	{1, 2, 3}	21	14	67
$WS(5, 3, 8)$	{1, 2, ..., 7}	462	126	27
$WS(5, 4, 16)$	{1, 2, ..., 15}	11 628	608	5
$WS(5, 5, 32)$	{1, 2, ..., 31}	324 632	1024	0,3
$WS(5, 6, 64)$	{1, 2, ..., 63}	9 657 648	0	0

что с увеличением значения модуля M увеличивается количество вариантов взвешивания: общее количество допустимых весовых векторов стремительно возрастает, однако доля векторов, обеспечивающих равномерное распределение, постепенно снижается. Для каждого последующего кода с большим значением M соотношение количества комбинаций весов, обеспечивающих равномерное распределение по сравнению с предыдущими, уменьшается. Максимальное количество, по которому можно

произвести равномерное разбиение: $\frac{2^m}{M} \geq 1$.

Еще одним важным следствием является то, что увеличение модуля M влечет за собой рост структурной избыточности кода.

Анализ полученных данных, сгенерированных с использованием разработанного программного кода, позволяет сформулировать условия выбора последовательности весовых коэффициентов $[w_m, w_{m-1}, \dots, w_2, w_1]$, при которых достигается равномерное распределение информационных векторов между контрольными векторами:

1. Задан модульный взвешенный код $WS(5, 2, 4)$. У такого кода формируется распределение тридцати двух информационных векторов по четырем контрольным (00, 01, 10, 11). Равномерное распределение достигается, если комбинация весовых коэффициентов удовлетворяет следующему условию:

- содержится как минимум одно четное и одно нечетное значение.

2. Задан модульный взвешенный код $WS(5, 3, 8)$. У такого кода формируется распределение тридцати двух информационных векторов по восьми контрольным (000, 001,

010, 011, 100, 101, 110, 111). Равномерное распределение достигается, если комбинация весовых коэффициентов удовлетворяет обоим условиям:

- содержится по крайней мере два различных четных числа, причем одно из них обязательно 4;
- содержится хотя бы одно нечетное значение.

3. Задан модульный взвешенный код $WS(5, 4, 16)$. У такого кода формируется распределение тридцати двух информационных векторов по шестнадцати контрольным (0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111). Равномерное распределение достигается, если комбинация весовых коэффициентов удовлетворяет обоим условиям:

- содержится по крайней мере три четных числа: одно из четных чисел обязательно 8, второе четное значение 4 или 12, а третье отлично от них;
- содержится хотя бы одно нечетное значение.

4. Задан модульный взвешенный код $WS(5, 5, 32)$. У такого кода формируется распределение тридцати двух информационных векторов по тридцати двум контрольным. Равномерное распределение достигается, если комбинация весовых коэффициентов удовлетворяет обоим условиям:

- содержится четыре четных числа: одно четное число обязательно 16, два других четных числа кратны четырем и отличны друг от друга, четвертое четное любое не кратное четырем;
- содержится одно нечетное значение.

Сформулированные условия позволяют заранее исключать заведомо неподходящие наборы весовых коэффициентов. Дальнейшие

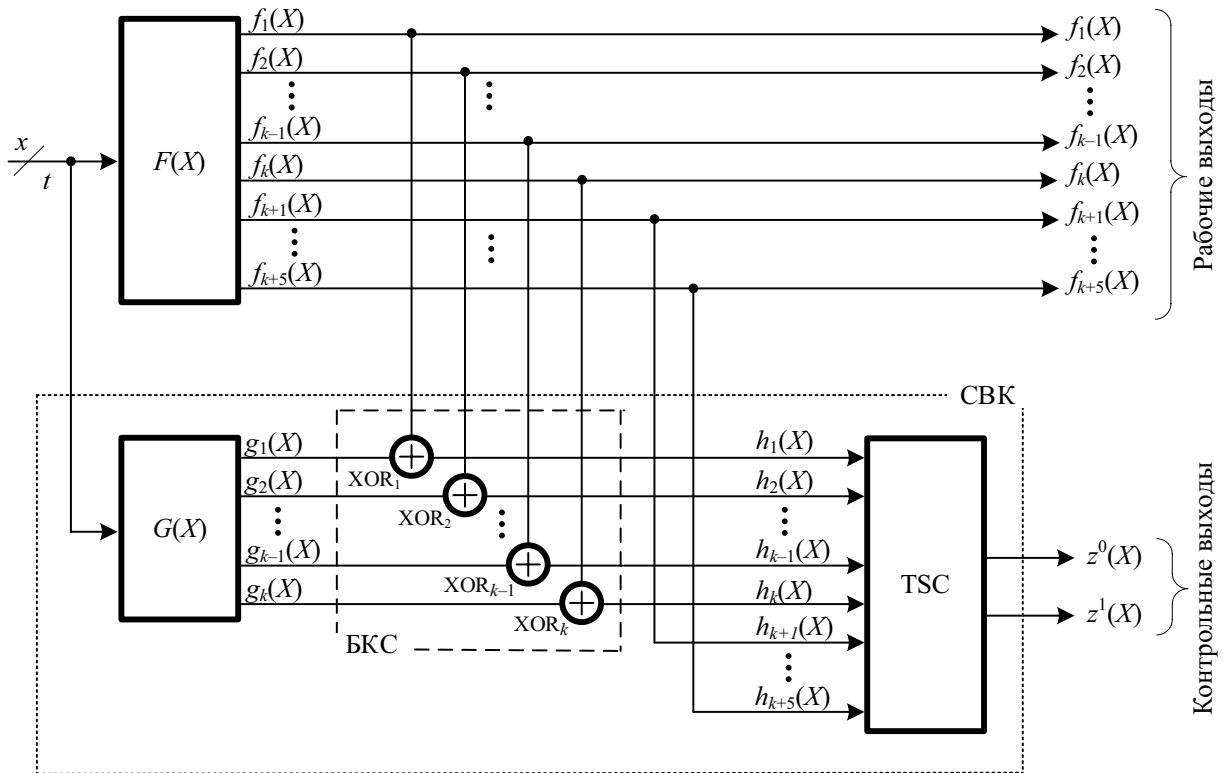


Рис. 1. Структура с коррекцией сигналов, отвечающих за проверочные символы

исследования могут быть направлены на разработку универсальных критериев, применимых к более общим классам $WS(m, k, M)$ кодов.

2. Построение схемы встроенного контроля с преобразованием выходов, отвечающих за проверочные символы

Различают три основных способа построения СВК, имеющих идентичные элементы и различающиеся лишь тем, какие сигналы подвергаются логической коррекции внутри структуры, при этом структура ориентирована исключительно на обнаружение ошибок, а не на их коррекцию [31].

В настоящей статье рассматривается обобщенная структура $WS(5, k, M)$ кода, представленная на рис. 1 и предназначенная для обеспечения самопроверяемости цифровых устройств на основе ЛКС. Характерной особенностью данной структуры является то, что коррекции подвергаются исключительно сигналы, формирующие проверочные символы, тогда как сигналы, отвечающие за информационные символы, подаются напрямую без коррекции.

Структура состоит из нескольких основных блоков. Исходные данные, образуя

вектор $\langle X \rangle = \langle x_t \ x_{t-1} \dots x_2 \ x_1 \rangle$, поступают на блок объекта диагностирования $F(X)$. На выходе блока $F(X)$ формируется вектор $\langle f_{k+5}(X) \dots f_{k+1}(X) f_k(X) f_{k-1}(X) \dots f_2(X) f_1(X) \rangle$ из $n = m + k$ сигналов: часть из которых (k сигналов) выделяется под проверочные символы, а остальные сигналы $m = 5$ приходятся на информационные символы.

Блок $G(X)$ представляет собой блок контрольной логики, реализующий вычисление проверочных символов в рассматриваемой структуре. Блок $G(X)$ принимает на вход те же входные воздействия, что и блок $F(X)$, а на выходе формирует вектор $\langle g_k(X) g_{k-1}(X) \dots g_2(X) g_1(X) \rangle$.

Следующим элементом структуры является блок коррекции сигналов (БКС). В качестве преобразующих элементов в БКС используются сумматоры по модулю 2 (XOR), на входы которых поступают соответствующие сигналы от блоков $F(X)$ и $G(X)$. На выходах БКС формируются сигналы логической коррекции по правилу сложения по модулю 2: $h_i(X) = f_i(X) \oplus g_i(X), i = \overline{1, n}$. Сигналы, относящиеся к информационным символам, на этапе коррекции остаются неизменными. Таким образом, формируется вектор логической коррекции $\langle h_{k+5}(X) \dots h_{k+1}(X) h_k(X) \rangle$

$h_{k-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X)$ », который подается на вход самопроверяемого тестера (TSC).

Самопроверяемый тестер TSC выполняет контроль правильности сформированного кодового слова, реализованного на основе ЛКС [39]. На выходах тестера могут устанавливаться четыре возможные комбинации сигналов:

- 01 или 10 — соответствуют корректной работе устройства;
- 00 или 11 — свидетельствуют о наличии неисправности в системе.

Сжатие поступающих сигналов реализуют компаратор, а также кодер $WS(5, k, M)$ кода, которые входят в состав тестера.

СВК считается самопроверяемой, если она способна обнаруживать как неисправности контролируемого объекта, так и свои собственные. Для построения полностью самопроверяемой СВК должны быть выполнены следующие условия [40, 41]:

1. Блоки $F(X)$ и $G(X)$ реализуются проверяемыми.

2. Тестер должен быть реализован самопроверяемым (формируется полный тест, при поступлении всего множества комбинаций).

3. Поступление полного набора тестовых комбинаций {00, 01, 10, 11} на элементы преобразования (XOR) хотя бы единожды.

Для реализации самопроверяемой СВК в статье предложен алгоритм синтеза.

Алгоритм. Синтез СВК на основе ЛКС с применением $WS(5, k, M)$ кода при преобразовании функций, отвечающих за проверочные символы кода:

1. Выделяются конкретные выходы для информационных и проверочных символов кода.

2. Вычисляются значения функций, описывающие информационные символы: $h_i(X) = f_i(X)$, где $i = k + 1, \dots, k + 5$.

3. По полученному информационному вектору однозначно доопределяются значения проверочных символов, формируя вектор $\langle h_k(X) h_{k-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$.

4. Векторы информационных символов и проверочных объединяются, формируя итоговое кодовое слово

$\langle h_{k+5}(X) \dots h_{k+1}(X) h_k(X) h_{k-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$.

5. Вычисление функций блока коррекции сигналов производится по правилу: $g_i(X) = f_i(X) \oplus h_i(X)$, где $i = 1, 2, \dots, k - 1, k$.

6. Проверяется формирование полного множества комбинаций для проверки тестера: {00, 01, 10, 11}.

7. Проверяется формирование полного теста элементов преобразования: {00, 01, 10, 11}.

8. Оптимизируются функции g_i , где $i = 1, 2, \dots, k - 1, k$.

9. Синтезируется блок $G(X)$ в выбранном элементном базисе.

Рассмотрим подробнее этапы синтеза СВК для $WS(5, 3, 8)$ кода по предложенному выше алгоритму. Исходные данные заданного устройства описаны табл. 4. Устройство имеет 4 сигнала поступающих на входы объекта диагностирования, заданные таблицей истинности и образующие вектор $\langle x_4 x_3 x_2 x_1 \rangle$. Выходные данные объекта диагностирования формируют вектор $\langle f_8(X) f_7(X) f_6(X) f_5(X) f_4(X) f_3(X) f_2(X) f_1(X) \rangle$. Сигналы $f_3(X), f_2(X), f_1(X)$ выделены под проверочные символы, а сигналы $f_8(X), f_7(X), f_6(X), f_5(X), f_4(X)$ — под информационные. Будем рассматривать синтез СВК с применением следующей комбинации весовых коэффициентов $[w_5, w_4, w_3, w_2, w_1] = [7, 4, 3, 2, 1]$, так как это одна из комбинаций, которая позволяет равномерно распределить информационные символы между проверочными.

Осуществляем получение значений функций логической коррекции на наборах значений аргументов, отвечающих за информационные символы: $f_8(X) = h_8(X), f_7(X) = h_7(X), f_6(X) = h_6(X), f_5(X) = h_5(X), f_4(X) = h_4(X)$. По полученным значениям информационных символов выполняется однозначное доопределение функций логической коррекции, отвечающих за проверочные символы: $h_3(X), h_2(X), h_1(X)$. Значения этих функций заносятся в соответствующие столбцы табл. 5. Следующим шагом вычисляются значения функций блока контрольной логики: $g_3(X) = f_3(X) \oplus h_3(X), g_2(X) = f_2(X) \oplus h_2(X), g_1(X) = f_1(X) \oplus h_1(X)$. Затем производится проверка формирования полного множества комбинаций {00, 01, 10, 11}.

В табл. 5 это соответствует столбцам XOR_3, XOR_2, XOR_1 , где для рассматриваемого примера фиксируются все возможные значения

Таблица 4. Исходные данные синтезируемого устройства

№	x_4	x_3	x_2	x_1	$f_8(X)$	$f_7(X)$	$f_6(X)$	$f_5(X)$	$f_4(X)$	$f_3(X)$	$f_2(X)$	$f_1(X)$
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
3	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
7	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
8	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
9	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
10	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
11	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
12	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
13	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
15	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0

Таблица 5. Полученные значения функций синтезируемого устройства

№	$h_8(X)$	$h_7(X)$	$h_6(X)$	$h_5(X)$	$h_4(X)$	$h_3(X)$	$h_2(X)$	$h_1(X)$	$g_3(X)$	$g_2(X)$	$g_1(X)$	XOR_3	XOR_2	XOR_1
0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	01	11	01
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	10	11	00
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	00	01	11
3	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	00	00	01
4	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	11	10	01
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	00	00	00
6	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	01	00	11
7	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	01	00	01
8	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	10	11	01
9	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	10	00	10
10	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	01	00	11
11	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	01	00	00
12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	11	11	11
13	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	11	10	10
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	00	00	11
15	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	10	00	00

пар комбинаций. Результатом оптимизации блока контрольной логики являются следующие выражения:

$$g_3 = \overline{x_2}(\overline{x_1 x_4} \vee x_3 x_4) \vee x_2(x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_3} x_4).$$

$$g_2 = \overline{x_3 x_4}(\overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \vee \overline{x_1 x_2 x_4}.$$

$$g_1 = \overline{x_1}(\overline{x_2} \vee x_2) \vee x_2 \overline{x_4}.$$

Если не удастся обеспечить формирование полного множества тестовых комбинаций, допускается применение перестановки выходов. В этом заключается одно из существенных преимуществ ЛКС, по сравнению с другими

Таблица 6. Количество способов построения СВК для $WS(5, k, M)$ кодов

Код	Количество размещений проверочных символов	Количество размещений информационных символов	Общее количество способов синтеза СВК
$WS(5, 2, 4)$	2	120	5040
$WS(5, 3, 8)$	6		40 320
$WS(5, 4, 16)$	24		362 880
$WS(5, 5, 32)$	120		3 628 800
$WS(5, 6, 64)$	720		39 916 800

методами — большая вариативность возможности перестановки функций СВК, что также может влиять на уменьшение сложности контрольного оборудования [31]. Определим, какое количество вариантов построения СВК существует при использовании рассматриваемых в статье кодов. На примере $WS(5, 2, 4)$ кода подробно рассмотрим, как получаются значения. В данном коде существуют две функции, отвечающие за проверочные символы. Возможные способы их размещения равны количеству перестановок: $P_2 = 2! = 2$. Аналогичным образом определяется количество вариантов размещения информационных символов $P_5 = 5! = 120$. Количество вариантов выбора перестановок выходов с преобразованием определяется сочетанием $C_7^2 = 21$. Общее количество способов построения СВК при использовании $WS(5, 2, 4)$ кода находится произведением трех полученных величин и дает значение в 5040 способов. Подобным образом определяется количество способов для остальных $WS(5, k, M)$ кодов. Полученные данные занесены в табл. 6.

3. Экспериментальная оценка эффективности $WS(5, k, M)$ кодов

Для анализа характеристик исследуемого класса кодов были выбраны $WS(5, 3, 8)$, $WS(5, 4, 16)$, $WS(5, 5, 32)$ коды и проведены эксперименты с тестовыми комбинационными схемами. В качестве тестового набора использовался пакет MCNC Benchmarks, содержащий как простые, так и сложные многоуровневые логические схемы [42].

Для каждой выбранной тестовой схемы были получены показатели сложности технической реализации устройства. Первым шагом синтезировался блок контрольной логики, а далее производился расчет с помощью интерпретатора SIS в режиме REPL, когда программа построчно принимает команды и сразу выполняет их. Для оценки сложности реализации схем использовалась стандартная библиотека логических элементов stdcell2_2.genlib. В ходе проведения экспериментов для каждой тестовой схемы были получены следующие показатели:

- $L_{F(X)}$ — показатель сложности реализации блока объекта диагностирования;
- $L_{G(X)}$ — показатель сложности реализации блока контрольной логики;
- L_{CED} — показатель сложности реализации устройства по представленному методу;
- L_D — показатель сложности реализации устройства по методу дублирования;
- $\delta, \%$ — доля показателя сложности реализации устройства по представленному методу от показателя сложности реализации устройства по методу дублирования.

Дополнительно для расчетов описанных показателей необходимы параметры:

- q — число выделенных групп;
- p — количество сигналов, преобразуемых через элемент XOR;
- n — количество выходов объекта диагностирования.

Параметры q, p, n для различных тестовых схем и вариантов кодов представлены в табл. 7.

Для получения показателей сложности реализации устройства по представленному методу использовалась формула:

$$L_{CED} = L_{F(X)} + L_{G(X)} + pL_{XOR} + qL_{G(f)} + (q-1)L_{TRC} + (2q)L_{NOT},$$

где L_{XOR} — сложность элемента XOR;

$L_{G(f)}$ — сложность кодера;

L_{TRC} — сложность модуля сжатия сигналов;

L_{NOT} — сложность инвертора.

Для метода дублирования вычисления производились с применением формулы:

$$L_D = 2L_{F(X)} + nL_{NOT} + (n-1)L_{TRC}.$$

Таблица 7. Параметры тестовых схем

Тестовая схема	WS(5, 3, 8)			WS(5, 4, 16)			WS(5, 5, 32)		
	q	p	n	q	p	n	q	p	n
newcpla2	2	6	10	2	8	10	1	5	10
sqr6	2	6	12	2	8	12	2	10	12
m1	2	6	12	2	8	12	2	10	12
p82	2	6	14	2	8	14	2	10	14
m2	2	6	16	2	8	16	2	10	16
m3	2	6	16	2	8	16	2	10	16
m4	2	6	16	2	8	16	2	10	16
tms	2	6	16	2	8	16	2	10	16
newcpla1	2	6	16	2	8	16	2	10	16
newxcpla1	3	9	23	3	12	23	3	15	23
max128	3	9	24	3	12	24	3	15	24

Таблица 8. Показатели сложности реализации, усл. ед.

Тестовая схема	WS(5, 3, 8)				WS(5, 4, 16)				WS(5, 5, 32)			
	$L_{F(X)}$	$L_{G(X)}$	L_{CED}	L_D	$L_{F(X)}$	$L_{G(X)}$	L_{CED}	L_D	$L_{F(X)}$	$L_{G(X)}$	L_{CED}	L_D
newcpla2	1896	1088	3992	5680	1896	1288	4384	5680	1896	1048	3584	5680
sqr6	2648	2936	6592	7600	2648	3344	7192	7600	2648	4376	8496	7600
m1	3064	1112	5184	8432	3064	1168	5432	8432	3064	1520	6056	8432
p82	2368	1288	4664	7456	2368	1376	4944	7456	2368	1408	5248	7456
m2	10 096	2592	13 696	23 328	10 096	2960	14 256	23 328	10 096	3520	15 088	23 328
m3	13 464	3352	17 824	30 064	13 464	3752	18 416	30 064	13 464	4488	19 424	30 064
m4	18 704	5888	25 600	40 544	18 704	6552	26 456	40 544	18 704	8160	28 336	40 544
tms	6784	2192	9984	16 704	6784	2608	10 592	16 704	6784	2960	11 216	16 704
newcpla1	2520	2208	5736	8176	2520	1904	5624	8176	2520	2768	6760	8176
newxcpla1	3760	2520	7888	12 112	3760	3192	8848	12 112	3760	3088	9152	12 112
max128	20 192	1120	22 920	45 184	20 192	1840	23 928	45 184	20 192	1552	24 048	45 184

Полученные результаты отображены в табл. 8. Значение относительной величины δ представлено в табл. 9 для каждого кода.

Проведенные исследования подтвердили, что применение $WS(5, k, M)$ кодов позволяет существенно снизить аппаратную сложность реализации устройств по сравнению с традиционным методом дублирования.

Анализ результатов использования трех кодов $WS(5, 3, 8)$, $WS(5, 4, 16)$, $WS(5, 5, 32)$ на одиннадцати тестовых схемах показал, что лишь в одном случае для схемы $sqr6$ при использовании кода $WS(5, 5, 32)$ предложенный метод оказался менее эффективным по показателю δ . Для всех остальных комбинаций схем и кодов применение логической коррекции

 Таблица 9. Значения относительного показателя δ

Тестовая схема	WS(5, 3, 8)	WS(5, 4, 16)	WS(5, 5, 32)
	$\delta, \%$		
newcpla2	70,282	77,183	63,099
sqr6	86,737	94,632	111,789
m1	61,48	64,421	71,822
p82	62,554	66,309	70,386
m2	58,711	61,111	64,678
m3	59,287	61,256	64,609
m4	63,141	65,253	69,89
tms	59,77	63,41	67,146
newcpla1	70,157	68,787	82,681
newxcpla1	65,125	73,052	75,561
max128	50,726	52,957	53,222

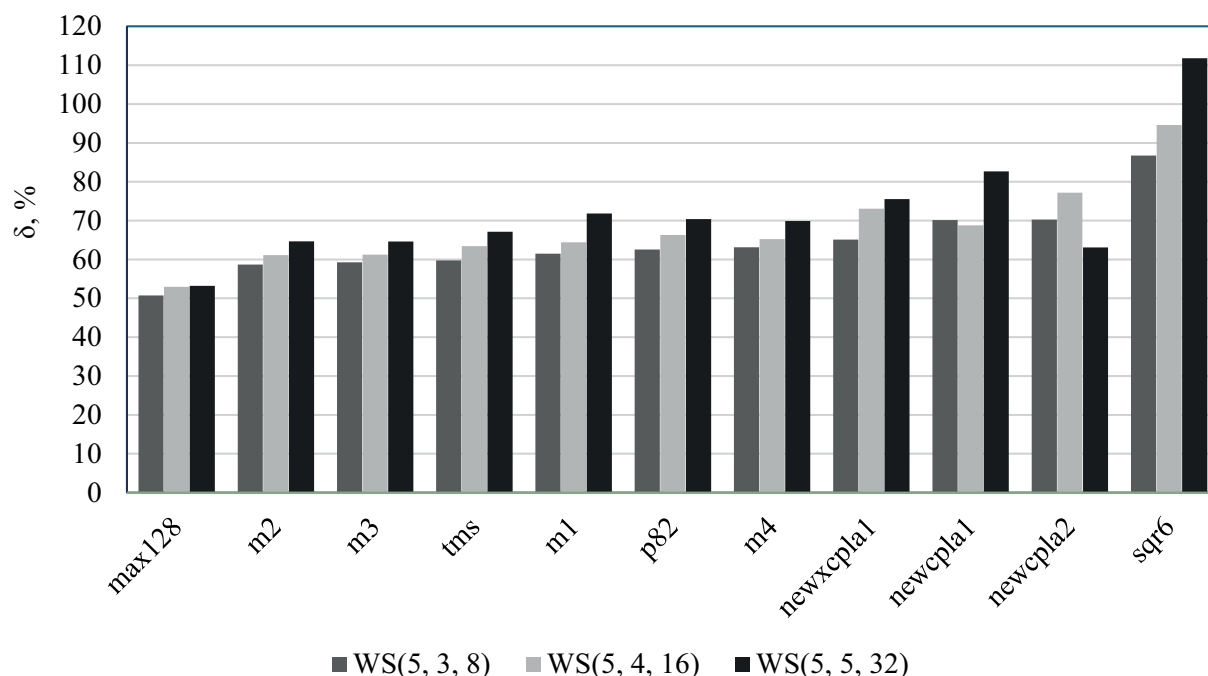


Рис. 2. Значения относительного показателя δ для WS(5, 3, 8), WS(5, 4, 16) и WS(5, 5, 32) кодов

обеспечивает снижение сложности и является более эффективным. Особо примечательно, что в 6 случаях снижение показателя δ по сравнению с методом дублирования составляет более 40 %, в 16 случаях — более 30 %, еще в 11 случаях — среднее снижение составляет порядка 20 %.

Рассмотрим распределение показателей по кодам. Наилучшие значения δ практически для всех тестовых схем достигаются при использовании кода WS(5, 3, 8). Именно этот код обеспечивает минимальные значения сложности среди трех рассмотренных вариантов. В то же время реализация устройств с кодом WS(5, 5, 32) оказывается сложнее и наблюдается увеличение параметра δ , по сравнению с кодами WS(5, 3, 8) и WS(5, 4, 16).

Несмотря на общее увеличение δ при росте модуля M , разница между значениями для кодов остается относительно небольшой. Для отдельных схем разброс значений δ достигает 17 %, однако в среднем разница между вариантами кодов составляет порядка 5 %, что не является критичным с точки зрения практической реализации.

Более наглядно результаты приведены на рис. 2. Диаграмма отображает изменения относительного показателя сложности δ для

трех вариантов кодов WS(5, 3, 8), WS(5, 4, 16) и WS(5, 5, 32) при тестировании на одиннадцати: комбинационных схемах из пакета MCNC Benchmarks. Каждая группа столбцов на графике соответствует определенному коду. Анализ диаграммы позволяет сделать ряд важных наблюдений. Для большинства тестовых схем код WS(5, 3, 8) демонстрирует наименьшие значения δ , чем коды WS(5, 4, 16) и WS(5, 5, 32), а значит, код WS(5, 3, 8) обеспечивает наименьшую аппаратную сложность устройств встроенного контроля по сравнению с кодами с большими значениями M . При сравнении кодов WS(5, 3, 8) и WS(5, 4, 16) наблюдается умеренный рост разницы δ на большинстве схем. При переходе к WS(5, 5, 32) рост разницы между показателями δ продолжается, но не во всех случаях пропорционально. Например, исключением являются отдельные схемы newxcpla1 и sqg6, где разница достигает 14 и 17 %.

Заключение

Представленный подход к синтезу СВК на основе модульных взвешенных кодов с суммированием, а именно кодов класса WS(5, k , M), позволяет реализовать эффективные решения для устройств, ориентированных на обнаружение неисправностей. За счет введенных

Таблица 10. Характеристика $WS(5, k, M)$ кодов при различных значениях M

Критерий	$M = 8$	$M = 16$	$M = 32$
Аппаратная сложность	Низкая	Средняя	Повышенная
Вероятность обнаружения ошибок	Средняя	Высокая	Очень высокая
Необходимое число проверочных символов	3	4	5
Равномерность распределения информационных символов между проверочными	Высокая	Средняя	Снижается
Избыточность	Низкая	Средняя	Повышенная

условий выбора весовых коэффициентов, обеспечивающих равномерное распределение информационных векторов между контрольными, удалось устранить необходимость перебора при выборе вариантов весовых комбинаций при построении СВК.

Показано, что для синтезируемых устройств существует множество вариантов построения СВК за счет перестановки выходов, выбора комбинаций весов и алгоритмов оптимизации. Предложенный метод допускает высокую гибкость в синтезе устройств, что позволяет адаптировать СВК под различные ограничения при практической реализации.

В работе подробно рассмотрена схема синтеза СВК на основе ЛКС с преобразованием сигналов, формирующих проверочные символы. Эксперименты с набором тестовых комбинационных схем MCNC Benchmarks подтвердили, что применение ЛКС для $WS(5, k, M)$ кодов позволяет существенно снизить показатель сложности реализации устройств по сравнению с традиционным методом дублирования. В частности, для большинства схем наилучшие результаты достигались при использовании кода $WS(5, 3, 8)$, демонстрируя минимальные значения относительного показателя δ , а при переходе к большим модулям ($M = 16$ и $M = 32$) разница между кодами остается сравнительно небольшой и в среднем составляет около 5 %.

Выбор модуля оказывает значительное влияние на итоговые характеристики реализуемого устройства и влияет на степень обнаружения ошибок, занимаемую устройством площадь, избыточность кода. Краткая характеристика влияния M представлена в табл. 10.

Выбор значения M при синтезе СВК зависит от приоритета требований: если минимизация

аппаратной сложности имеет наибольшее значение — предпочтительно использование $M = 8$, если приоритетом является высокая вероятность обнаружения ошибок — следует рассматривать коды с большими значениями M .

Перспективными направлениями дальнейших исследований может стать обнаружение свойств $WS(m, k, M)$ кодов с иными параметрами числа информационных и проверочных символов и модулей, а также проведение экспериментов, где СВК строится с коррекцией сигналов формирующих информационные символы или с одновременной коррекцией сигналов, отвечающих как за информационные, так и за проверочные символы. ▲

Список источников

1. Рябинин И. А. Логико-вероятностное исчисление как аппарат исследования надежности и безопасности структурно-сложных систем / И. А. Рябинин // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 7. — С. 178–186.
2. Щербаков Н. С. Самокорректирующиеся дискретные устройства / Н. С. Щербаков. — М.: Машиностроение, 1975. — 216 с.
3. Koren I. Fault-tolerant systems / I. Koren, C. M. Krishna. — Berlin: Springer, 2007. — 408 p.
4. Berger J. M. A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels / J. M. Berger // Information and Control. — 1961. — Vol. 4. — Iss. 1. — Pp. 68–73. — DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
5. Berger J. M. A Note on Burst Detection Sum Codes / J. M. Berger // Information and Control. — 1961. — Vol. 4. — Iss. 2–3. — Pp. 297–299. — DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80024-7.
6. Mitra S. Which concurrent error detection scheme to choose? / S. Mitra, E. J. McCluskey // Proceedings International Test Conference. — 2000. — Pp. 985–994. — DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
7. Verhoeff T. Delay-insensitive codes — an overview / T. Verhoeff // Distributed Computing. — 1988. — Vol. 3. — Iss. 1. — Pp. 1–8. — DOI: 10.1007/BF01788562.
8. Ефанов Д. В. О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля / Д. В. Ефанов, В. В. Сапож

- ников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 6. — С. 155–162.
9. Piestrak S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes / S. J. Piestrak. — Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. — 111 p.
10. Bose B. Systematic Unidirectional Error-Detection Codes / B. Bose, D. J. Lin // IEEE Transaction on Computers. — 1985. — Vol. C-34. — Pp. 1026–1032.
11. Das D. Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes / D. Das, N. A. Touba // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. — 1999. — Vol. 15. — Iss. 1-2. — Pp. 145–155. — DOI: 10.1023/A:1008344603814.
12. Ефанов Д. В. Применение модульных кодов с суммированием для построения систем функционального контроля комбинационных логических схем / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 2015. — № 10. — С. 152–169.
13. Сапожников В. В. Модульные коды с суммированием в системах функционального контроля. I. Свойства обнаружения ошибок кодами в информационных векторах / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов, М. Р. Черепанова // Электронное моделирование. — 2016. — Т. 38. — № 2. — С. 27–48.
14. Das D. Low Cost Concurrent Error Detection Based on Modulo Weight-Based Codes / D. Das, N. A. Touba, M. Seuring, M. Gossel // Proceedings of the IEEE 6th International On-Line Testing Workshop (IOLTW), Spain, Palma de Mallorca, July 3–5, 2000. — Pp. 171–176. — DOI: 10.1109/OLT.2000.856633.
15. Das D. Weight-Based Codes and Their Application to Concurrent Error Detection of Multilevel Circuits / D. Das, N. A. Touba // Proceedings of 17th IEEE Test Symposium. — California, USA, 1999. — Pp. 370–376. — DOI: 10.1109/VTEST.1999.766691.
16. Мехов В. Б. Контроль комбинационных схем на основе модифицированных кодов с суммированием / В. Б. Мехов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 8. — С. 153–165.
17. Ефанов Д. В. Синтез самопроверяемых цифровых устройств на основе логической коррекции сигналов с применением взвешенных кодов Боуза — Лина / Д. В. Ефанов, Е. И. Елина // Проблемы управления. — 2024. — № 4. — С. 26–43. — DOI: <http://doi.org/10.25728/ru.2024.4.3>.
18. Никитин Д. А. Модульно-взвешенный код с суммированием с прямой последовательностью весов в сравнении с модульным кодом Хэмминга / Д. А. Никитин // Информационные технологии на транспорте: сб. матер. в секции «Информационные технологии на транспорте» Юбилейной XV Санкт-Петербургской международной конференции «Региональная информатика — 2016», Санкт-Петербург, 26–28 октября 2016 г.; под. ред. Вал. В. Сапожникова. — СПб.: ФГБОУ ВО ПГУПС. — 2016. — С. 9–16.
19. Сапожников В. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 1: Классические коды Бергера и их модификации / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — М.: Наука, 2020. — 383 с.
20. Сапожников В. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 2: Взвешенные коды с суммированием / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — М.: Наука, 2021. — 455 с.
21. Göessel M. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1 / M. Göessel, V. Ocheretny, E. Sogomonyan, D. Marienfeld // Dordrecht: Springer Science+Business Media B. V. — 2008. — 184 p.
22. Alfarano G. N. Weighted Reed-Solomon convolutional codes / G. N. Alfarano, D. Napp, A. Neri, V. Requena // Linear and Multilinear Algebra. — 2023. — Vol. 72. — Iss. 5. — Pp. 841–874. — DOI: 10.1080/03081087.2023.2169232.
23. Geil O. Weighted Reed-Muller codes revisited / O. Geil, C. Thomsen // Designs, Codes and Cryptography. — 2013. — Vol. 66. — Pp. 195–220. — DOI: 10.1007/s10623-012-9680-8.
24. Согомонян Е. С. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы / Е. С. Согомонян, Е. В. Слабаков. — М.: Радио и связь, 1989. — 208 с.
25. Пивоваров Д. В. Построение систем функционального контроля многовыходных комбинационных схем методом логического дополнения по равновесным кодам / Д. В. Пивоваров // Автоматика на транспорте. — 2018. — Т. 4. — № 1. — С. 131–149.
26. Гессель М. Контроль комбинационных схем методом логического дополнения / М. Гессель, А. В. Морозов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 8. — С. 161–172.
27. Гессель М. Само тестируемая структура для функционального обнаружения отказов в комбинационных схемах / М. Гессель, А. В. Дмитриев, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 1999. — № 11. — С. 162–174.
28. Saposhnikov V. I. V. Self-Dual Parity Checking — a New Method for on Line Testing / V. I. V. Saposhnikov, A. Dmitriev, M. Goessel, V. V. Saposhnikov // Proceedings of 14th IEEE VLSI Test Symposium. — USA, Princeton, 1996. — Pp. 162–168.
29. Пашуков А. В. Применение взвешенных кодов с суммированием при синтезе схем встроенного контроля по методу логического дополнения / А. В. Пашуков // Автоматика на транспорте. — 2022. — Т. 8. — № 1. — С. 101–114. — DOI: 10.20295/2412-9186-2022-8-1-101-114.
30. Елина Е. И. Взвешенные коды Боуза — Лина в схемах встроенного контроля на основе логической коррекции сигналов / Е. И. Елина, Д. В. Ефанов // Известия Российской Академии наук. Теория и системы управления. — 2025. — № 1. — С. 45–62. — DOI: 10.31857/S0002338825010047.
31. Ефанов Д. В. Исследование способов синтеза схем встроенного контроля на основе логической коррекции сигналов с применением равномерных разделимых кодов / Д. В. Ефанов, Е. И. Елина // Микроэлектроника. — 2024. — Т. 53. — № 5. — С. 413–426. — DOI: 10.31857/S0544126924050079.
32. Дмитриев В. В. О двух способах взвешивания и их влиянии на свойства кодов с суммированием взвешенных переходов в системах функционального контроля логических схем / В. В. Дмитриев // Известия Петербургского университета путей сообщения. — 2015. — № 3. — С. 119–129.

33. Сапожников В. В. Коды с суммированием с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел, в системах функционального контроля / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Электронное моделирование. — 2017. — Т. 39. — № 5. — С. 37–58.
34. Ефанов Д. В. Модифицированные коды с суммированием взвешенных переходов в системах функционального контроля комбинационных схем / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Труды Института системного программирования РАН. — 2017. — Т. 29. — № 5. — С. 39–60. — DOI: 10.15514/ISPRAS-2017-29(5)-3.
35. Никитин Д. А. Анализ характеристик оптимальных кодов с суммированием, полученных на основе взвешивания разрядов информационных векторов, в системах функционального контроля / Д. А. Никитин // Известия Петербургского университета путей сообщения. — 2016. — № 4. — С. 607–616.
36. Ефанов Д. В. Коды с суммированием с фиксированными значениями кратностей обнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок для систем технического диагностирования / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 2019. — № 6. — С. 121–141.
37. Ефанов Д. В. Учет способов взвешивания разрядов информационного вектора при построении кода с суммированием в кольце вычетов по модулю $M = 4$ при синтезе самопроверяемых дискретных устройств на основе логической коррекции сигналов / Д. В. Ефанов, Е. И. Елина // Информационные технологии. — 2025. — Т. 31. — № 1. — С. 3–15.
38. Efanov D. V. Synthesis of Concurrent Error-Detection Circuits Based on Boolean Signals Correction Using Modular Weight-Based Sum Codes / D. V. Efanov, Y. I. Yelina // Proceedings of the 2024 Conference of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EICon), 29–30 January 2024, St. Petersburg, Russia. — Pp. 350–355. — DOI: 10.1109/EICon61730.2024.10468328.
39. Сапожников В. В. Самопроверяемые дискретные устройства / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников. — СПб.: Энергоатомиздат, 1992. — 224 с.
40. Nikolos D. Self-Testing Embedded Two-Rail Checkers / D. Nikolos // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. — 1998. — Vol. 12. — Iss. 1-2. — Pp. 69–79. — DOI: 10.1023/A:1008281822966.
41. Аксенова Г. П. Необходимые и достаточные условия построения полностью проверяемых схем свертки по модулю 2 / Г. П. Аксенова // Автоматика и телемеханика. — 1979. — № 9. — С. 126–135.
42. Collection of Digital Design Benchmarks. — URL: <https://ddd.fit.cvut.cz/www/prj/Benchmarks/> (дата обращения: 25.04.25).

TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH, 2025, Vol. 11, No. 2, pp. 178–193
DOI: 10.20295/2412-9186-2025-11-02-178-193

Research into the Properties of Modular Weight-Based Sum Codes in Concurrent Error-Detection Circuits Based on Boolean Signals Correction

Information about author

Yelina Y. I., Ph.D. Student. E-mail: eseniya-elina@mail.ru

Higher School of Transport, Machinery, Material and Transport Institute, Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg.

Abstract: This paper describes the design principles of modular weight-based sum codes, focusing primarily on cases with $m = 5$ data symbols and $M = 4, 8, 16, 32, 64$ modulus values. The total number of variants with a sequence of weighting coefficient and the number of those providing uniform distribution of data vectors between check vectors have been determined for each code class considered. The conditions for selecting weighting coefficients that ensure a uniform distribution have been formulated. An algorithm for synthesizing the concurrent error-detection circuit with Boolean signals correction has been proposed, as well as the structure of the concurrent error-detection circuit with correction of signals forming check symbols of the modular weight-based sum code. The structure has been generalized for the code with $m = 5$ data symbols. Experimental studies have been carried out on a set of MCNC Benchmarks, demonstrating that the proposed method significantly reduces the complexity of device implementation in comparison with the duplication method. The research results confirm the high flexibility of the proposed approach and its promising potential for designing self-checking digital devices.

Key words: modular weight-based sum code; concurrent error-detection circuit; Boolean signals correction; self-checking device

References

1. Ryabinin I. A. Logiko-veroyatnostnoe ischislenie kak apparat issledovaniya nadezhnosti i bezopasnosti strukturno-slozhnykh sistem [Logical-probability calculus as an apparatus for studying the reliability and safety of structurally complex systems]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Telemechanics]. 2003, Iss. 7, pp. 178–186. (In Russian)
2. Shcherbakov N. S. Samokorrekiruyushchiesya diskretnye ustroystva [Self-correcting discrete devices]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1975, 216 p. (In Russian)
3. Koren I., Krishna C. M. Fault-tolerant systems. Berlin: Springer, 2007, 408 p.
4. Berger J. M. A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels. *Information and Control*, 1961, vol. 4, Iss. 1, pp. 68–73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
5. Berger J. M. A Note on Burst Detection Sum Codes. *Information and Control*, 1961, vol. 4, Iss. 2-3, pp. 297–299. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80024-7.
6. Mitra S., McCluskey E. J. Which concurrent error detection scheme to choose? *Proceedings International Test Conference*, 2000, pp. 985–994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
7. Verhoeff T. Delay-insensitive codes — an overview. *Distributed Computing*, 1988, vol. 3, Iss. 1, pp. 1–8. DOI: 10.1007/BF01788562.
8. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I. O svoystvakh koda s summirovaniem v skhemakh funktsional'nogo kontrolya [On the properties of a summation code in functional control schemes]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Telemechanics]. 2010, Iss. 6, pp. 155–162. (In Russian)
9. Piestrak S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wroclaw: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej, 1995, 111 p.
10. Bose B., Lin D. J. Systematic Unidirectional Error-Detection Codes. *IEEE Transaction on Computers*, 1985, vol. C-34, pp. 1026–1032.
11. Das D., Toubia N. A. Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1999, vol. 15, Iss. 1-2, pp. 145–155. DOI: 10.1023/A:1008344603814.

12. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Primenenie modul'nykh kodov s summirovaniem dlya postroeniya sistem funktsional'nogo kontrolya kombinatsionnykh logicheskikh skhem [Application of modular codes with summation for construction of functional control systems of combinational logic circuits]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Telemechanics]. 2015, Iss. 10, pp. 152–169. (In Russian)
13. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V., Cherepanova M. R. Modul'nye kody s summirovaniem v sistemakh funktsional'nogo kontrolya. I. Svoystva obnaruzheniya oshibok kodami v informatsionnykh vektorakh [Modular codes with summation in functional control systems. I. Properties of error detection by codes in information vectors]. *Elektronnoe modelirovanie* [Electronic modeling]. 2016, vol. 38, Iss. 2, pp. 27–48. (In Russian)
14. Das D., Toubia N. A., Seuring M., Gossel M. Low Cost Concurrent Error Detection Based on Modulo Weight-Based Codes. Proceedings of the IEEE 6th International On-Line Testing Workshop (IOLTW), Spain, Palma de Mallorca, July 3–5, 2000, pp. 171–176. DOI: 10.1109/OLT.2000.856633.
15. Das D., Toubia N. A. Weight-Based Codes and Their Application to Concurrent Error Detection of Multilevel Circuits. Proceedings of 17th IEEE Test Symposium. California, USA, 1999, pp. 370–376. DOI: 10.1109/TEST.1999.766691.
16. Mekhov V. B., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Kontrol' kombinatsionnykh skhem na osnove modifitsirovannykh kodov s summirovaniem [Control of combinational circuits based on modified codes with summation]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Telemechanics]. 2008, Iss. 8, pp. 153–165. (In Russian)
17. Efanov D. V., Yelina Y. I. Sintez samoproveryaemykh tsifrovyykh ustroystv na osnove logicheskoy korrektsii signalov s primeneniem vzveshennykh kodov Bouza — Lina [Synthesis of self-checking digital devices based on logical correction of signals using weighted Bose-Lin codes]. *Problemy upravleniya* [Problems of Control]. 2024, Iss. 4, pp. 26–43. DOI: <http://doi.org/10.25728/pu.2024.4.3>. (In Russian)
18. Nikitin D. A. Modul'no-vzveshennyy kod s summirovaniem s pryamoy posledovatel'nost'yu vesov v sravnenii s modul'nym kodom Khemminga [Modular weighted sum code with direct sequence of weights in comparison with modular Hamming code]. *Informatsionnye tekhnologii na transporte: sb. mater. v sektiis "Informatsionnye tekhnologii na transporte" Yubileynoy XV Sankt-Peterburgskoy mezhdunarodnoy konferentsii "Regional'naya informatika — 2016", Sankt-Peterburg, 26–28 oktyabrya 2016 g.; pod. red. Val. V. Sapozhnikova* [Information technologies in transport: collection of materials in the section "Information technologies in transport" of the XV St. Petersburg International Conference "Regional Informatics — 2016", St. Petersburg, October 26–28, 2016; ed. Val. V. Sapozhnikov]. St. Petersburg: FGBOU VO PGUPS, 2016, pp. 9–16. (In Russian)
19. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V. Kody s summirovaniem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 1: Klassicheskie kody Bergera i ikh modifikatsii [Summation codes for technical diagnostics systems. Vol. 1: Classical Berger codes and their modifications]. Moscow: Nauka Publ., 2020, 383 p. (In Russian)
20. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V. Kody s summirovaniem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 2: Vzveshennyye kody s summirovaniem [Summation codes for technical diagnostic systems. Vol. 2: Weighted summation codes]. Moscow: Nauka Publ., 2021, 455 p. (In Russian)
21. Gössel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media B. V., 2008, 184 p.
22. Alfarano G. N., Napp D., Neri A., Requena V. Weighted Reed-Solomon convolutional codes. *Linear and Multilinear Algebra*, 2023, vol. 72, Iss. 5, pp. 841–874. DOI: 10.1080/03081087.2023.2169232.
23. Geil O., Thomsen C. Weighted Reed-Muller codes revisited. *Designs, Codes and Cryptography*, 2013, vol. 66, pp. 195–220. DOI: 10.1007/s10623-012-9680-8.
24. Sogomonyan E. S., Slabakov E. V. Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivye sistemy. Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1989, 208 p.
25. Pivovarov D. V. Postroenie sistem funktsional'nogo kontrolya mnogovykhodnykh kombinatsionnykh skhem metodom logicheskogo dopolneniya po ravnoesnykh kodam [Construction of functional control systems of multi-high combinations schemes by logical addition to equilibrium codes]. *Avtomatika na transporte* [Automation by transport.]. 2018, vol. 4, Iss. 1, pp. 131–149. (In Russian)
26. Gessel' M., Morozov A. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Kontrol' kombinatsionnykh skhem metodom logicheskogo dopolneniya [Control of combination schemes by the method of logical addition]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and telemechanics]. 2005, Iss. 8, pp. 161–172. (In Russian)
27. Gessel' M., Dmitriev A. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Samotestiruemyaya struktura dlya funktsional'nogo obnaruzheniya otkazov v kombinatsionnykh skhemakh [The self-tested structure for the functional detection of failures in combination schemes]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and telemechanics]. 1999, Iss. 11, pp. 162–174. (In Russian)
28. Sapozhnikov V. V., Dmitriev A., Gossel M., Sapozhnikov V. V. Self-Dual Parity Checking — a New Method for on Line Testing. Proceedings of 14th IEEE VLSI Test Symposium. USA, Princeton, 1996, pp. 162–168.
29. Pashukov A. V. Primenenie vzveshennykh kodov s summirovaniem pri sinteze skhem vstroennogo kontrolya po metodu logicheskogo dopolneniya [The application of suspended codes with summing in the synthesis of integrated control schemes by the method of logical addition]. *Avtomatika na transporte* [Automation on transport]. 2022, vol. 8, Iss. 1, pp. 101–114. DOI: 10.20295/2412-9186-2022-8-1-101-114. (In Russian)
30. Yelina Y. I., Efanov D. V. Vzveshennyye kody Bouza — Lina v skhemakh vstroennogo kontrolya na osnove logicheskoy korrektsii signalov [The suspended codes of Bouza — Lina in the schemes of built-in control based on the logical correction of signals]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya* [News of the Russian Academy of Sciences. Theory and management systems]. 2025, Iss. 1, pp. 45–62. DOI: 10.31857/S0002338825010047. (In Russian)
31. Efanov D. V., Yelina Y. I. Issledovanie sposobov sinteza skhem vstroennogo kontrolya na osnove logicheskoy korrektsii signalov s primeneniem ravnomernykh razdelimyykh kodov [Study of the synthesis of integrated control circuits based on logical signal correction using uniform divided codes]. *Mikroelektronika* [Microelectronics]. 2024, vol. 53, Iss. 5, pp. 413–426. DOI: 10.31857/S0544126924050079. (In Russian)
32. Dmitriev V. V. O dvukh sposobakh vzveshivaniya i ikh vliyaniya na svoystva kodov s summirovaniem vzveshennykh perekhodov v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh skhem [On two ways of weighing and their influence on the properties of codes with summing up the suspension transitions in functional control systems of logical schemes]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putey soobshcheniya* [News of St. Petersburg University of Railways]. 2015, Iss. 3, pp. 119–129. (In Russian)
33. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V. Kody s summirovaniem s posledovatel'nost'yu vesovykh koeffitsientov, obrazuyushchey natural'nyy ryad chisel, v sistemakh funktsional'nogo kontrolya [Codes with summing with the sequence of weight coefficients that form a natural series of numbers, in functional control systems]. *Elektronnoe modelirovanie* [Electronic modeling]. 2017, vol. 39, Iss. 5, pp. 37–58. (In Russian)
34. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Modifitsirovannyye kody s summirovaniem vzveshennykh perekhodov v sistemakh funktsional'nogo kontrolya kombinatsionnykh skhem [Modified codes with the summation of balanced transitions in functional control systems of combination schemes]. *Trudy Instituta sistemnogo programmirovaniya RAN* [Proceedings of the Institute of System Programming of the Russian Academy of Sciences]. 2017, vol. 29, Iss. 5, pp. 39–60. DOI: 10.15514/ISPRAS-2017-29(5)-3. (In Russian)
35. Nikitin D. A. Analiz kharakteristik optimal'nykh kodov s summirovaniem, poluchennykh na osnove vzveshivaniya razryadov informatsionnykh vektorov, v sistemakh

- funktional'nogo kontrolya [Analysis of the characteristics of optimal codes with summing, obtained on the basis of weighing the categories of information vectors, in functional control systems]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putey soobshcheniya* [Proceedings of Petersburg Transport University]. 2016, Iss. 4, pp. 607–616. (In Russian)
36. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Kody s summirovaniem s fiksirovannymi znacheniyami kratnostey obnaruzhivaemykh monotonnykh i asimmetrichnykh oshibok dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya [Codes with summation with fixed values of the multiple of detected monotonous and asymmetric errors for technical diagnostic systems]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and telemechanics]. 2019, Iss. 6, pp. 121–141. (In Russian)
37. Efanov D. V., Yelina Y. I. Uchet sposobov vzveshivaniya razryadov informatsionnogo vektora pri postroenii koda s summirovaniem v kol'tse vychetov po modulyu $M = 4$ pri sinteze samoproveryaemykh diskretnykh ustroystv na osnove logicheskoy korrektsii signalov [Accounting for the methods of weighing the categories of the information vector when constructing a code with the summation in the deduction ring according to the module $m = 4$ for the synthesis of spontaneous discrete devices based on logical signal correction]. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies]. 2025, vol. 31, Iss. 1, pp. 3–15. (In Russian)
38. Efanov D. V., Yelina Y. I. Synthesis of Concurrent Error-Detection Circuits Based on Boolean Signals Correction Using Modular Weight-Based Sum Codes. Proceedings of the 2024 Conference of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElCon), 29–30 January 2024, St. Petersburg, Russia, pp. 350–355. DOI: 10.1109/ElCon61730.2024.10468328.
39. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. *Samoproveryaemye diskretnye ustroystva*. St. Petersburg: Energoatomizdat Publ., 1992, 224 p. (In Russian)
40. Nikolos D. Self-Testing Embedded Two-Rail Checkers. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, vol. 12, Iss. 1-2, pp. 69–79. DOI: 10.1023/A:1008281822966.
41. Aksenova G. P. Neobkhodimye i dostatochnye usloviya po stroeniya polnost'yu proveryaemykh skhem svertki po modulyu 2 [The necessary and sufficient conditions for the structure of fully verified circuit circuits according to the module of 2]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and telemechanics]. 1979, Iss. 9, pp. 126–135. (In Russian)
42. Collection of Digital Design Benchmarks. Available at: <https://ddd.fit.cvut.cz/www/prj/Benchmarks/> (accessed: April 25, 2025).