

УДК 629.424

## Исследование выбора материнской вейвлет-функции при вибродиагностике тепловозных двигателей

А. А. Беляев, Д. П. Кононов, А. М. Кудрин

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

**Для цитирования:** Беляев А. А., Кононов Д. П., Кудрин А. М. Исследование выбора материнской вейвлет-функции при вибродиагностике тепловозных двигателей // Известия Петербургского университета путей сообщения. — СПб.: ПГУПС, 2025. — Т. 22. — Вып. 2. — С. 290–299. DOI: 10.20295/1815-588X-2025-2-290-299

### Аннотация

**Цель:** Разработка объективного подхода к определению наиболее эффективных вейвлетов для конкретных типов вибрационных сигналов дизельных двигателей на основе количественных критериев с возможностью последующего применения в системах диагностики тепловозов. Исследование направлено на создание универсальной методики сравнительной оценки различных вейвлетов, что является важным шагом в развитии современных методов вибродиагностики. **Методы:** Экспериментальное получение вибрационных сигналов с помощью трехпозиционного датчика на дизельном двигателе, последующая обработка данных с применением вейвлет-пакетного преобразования в среде программирования Python. Проведена оценка эффективности 35 различных вейвлетов из семейств Добеши, Коифлеты, Биортогональные, Обратные биортогональные, Симлеты и Хаар по двум объективным критериям: минимальной среднеквадратичной ошибке (MSE) реконструкции и максимальной спектральной энергии сигнала. Сравнительный анализ проводился с использованием специально разработанного алгоритма ранжирования и отбора оптимальных вейвлетов на основе параллельной оценки по обоим критериям. **Результаты:** Представлена универсальная методика выбора оптимальной материнской вейвлет-функции для анализа вибрационных сигналов дизельных двигателей. Установлено, что для исследуемого сигнала оптимальными по обоим критериям являются вейвлеты  $\text{bior3.3}$ ,  $\text{bior3.5}$  и  $\text{bior3.7}$ , обеспечивающие наилучший баланс между точностью реконструкции и сохранением энергетических характеристик. Полученные результаты позволяют количественно обосновать выбор вейвлета для конкретного типа сигнала, что повышает достоверность диагностики. **Практическая значимость:** Разработанная методика позволяет объективно выбирать оптимальные материнские вейвлеты для вейвлет-пакетного преобразования вибросигналов, что повышает эффективность вибродиагностики дизельных двигателей тепловозов и позволяет совершенствовать существующие интеллектуальные системы мониторинга технического состояния с возможностью раннего обнаружения неисправностей и прогнозирования остаточного ресурса.

**Ключевые слова:** Дизельный двигатель, вибродиагностика, вейвлет-преобразование, вейвлет-пакет, среднеквадратичная ошибка, спектральная энергия, декомпозиция сигнала.

### Введение

Вейвлет-анализ представляет собой математическую процедуру, которая разбивает данные на различные частотные компоненты, а затем исследует каждый компонент с разрешением,

соответствующим его масштабу. В вейвлет-анализе сигнал декомпозируется на его «вейвлеты», масштабированные и сдвинутые версии исходной (материнской) вейвлет-функции [1, 2]. В общем, вейвлет-преобразования делятся на дискретное

вейвлет-преобразование (DWT), вейвлет-пакетное преобразование (WPT) и непрерывное вейвлет-преобразование (CWT). Дискретное вейвлет-преобразование (DWT) может быть эффективно реализовано путем декомпозиции сигнала на аппроксимационные (низкочастотные) и детализированные (высокочастотные) коэффициенты. После первого уровня только аппроксимация декомпозируется на более высокий уровень. Вейвлет-преобразование представляет собой математический метод, позволяющий разложить сигнал на компоненты различного масштаба. Для дискретного сигнала  $x[n]$  дискретное вейвлет-преобразование (DWT) может быть представлено как:

$$WW_{\psi}(j, k) = \sum_n x[n] \psi_{j,k}[n], \quad (1)$$

где  $\psi_{j,k}[n]$  — дискретная вейвлет-функция, определяемая как:

$$\psi_{j,k}[n] = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}n - k). \quad (2)$$

где  $j$  — параметр масштаба;

$k$  — параметр сдвига;

$\psi(t)$  — материнская вейвлет-функция [3, 4].

### Теоретические основы пакетного вейвлет-анализа

Вейвлет-пакетное преобразование (WPT) является обобщением дискретного вейвлет-преобразования и обеспечивает более гибкий подход к анализу сигналов. В отличие от DWT, которое разделяет только аппроксимирующие коэффициенты, WPT разделяет как аппроксимирующие, так и детализирующие коэффициенты на каждом уровне декомпозиции [5].

Вейвлет-пакет  $W_{j,n}$  определяется рекурсивно:

$$W_{j+1,2n}(t) = \sqrt{2} \sum_k h(k) W_{j,n}(2t - k), \quad (3)$$

$$W_{j+1,2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_k g(k) W_{j,n}(2t - k), \quad (4)$$

где  $h(k)$  и  $g(k)$  — коэффициенты фильтра низких и высоких частот соответственно, связанные с выбранным вейвлетом, а  $W_{0,0}(t) = \phi(t)$  — масштабирующая функция [3, 4].

В вейвлет-анализе существует множество типов материнских вейвлет-функций, которые могут быть использованы. Различные материнские вейвлет-функции, примененные к одному и тому же сигналу, дадут разные результаты [3]. Материнские вейвлет-функции характеризуются такими свойствами, как ортогональность, компактная поддержка, симметрия и исчезающие моменты. Однако часто существует более одной материнской вейвлет-функции с одинаковыми свойствами. И выбор подходящей вейвлет-функции является ключевым фактором, определяющим эффективность анализа и обработки сигнала [6–9]. Поэтому крайне важно иметь методику, позволяющую для заданного сигнала определить оптимальные вейвлеты по объективным критериям.

Экспериментальной базой настоящего исследования послужил четырехтактный дизельный двигатель Nissan CD20, на котором проводились измерения вибрационных характеристик. Измерения выполнялись в одной точке с использованием трехпозиционного датчика вибрации, что позволило зафиксировать колебания по трем пространственным осям. Обработка полученных осциллограмм проводилась методами пакетного вейвлет-преобразования в среде Python. Такой подход обеспечил возможность предварительного моделирования диагностических алгоритмов с целью их последующего применения на более сложных дизельных двигателях тепловозов.

### Методика исследования

В данном исследовании для оценки эффективности вейвлетов использовались два критерия: среднеквадратичная ошибка (MSE) и спектральная энергия.

Среднеквадратичная ошибка (MSE) при реконструкции сигнала, которая определяется как:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x[i] - \hat{x}[i])^2, \quad (5)$$

где  $x[i]$  — исходный сигнал;

$\hat{x}[i]$  — реконструированный сигнал;

$N$  — длина сигнала.

Спектральная энергия для вейвлет-коэффициентов на уровне  $j$  рассчитывается следующим образом. Для каждого узла вейвлет-пакета  $d_{j,k}$  на уровне  $j$  мы применяем дискретное преобразование Фурье:

$$X_{j,k}[m] = \sum_{n=0}^{N_j-1} d_{j,k}[n] \cdot e^{-i2\pi mn/N_j}, \quad (6)$$

где  $d_{j,k}[n]$  — вейвлет-коэффициенты в  $k$ -м узле на уровне  $j$ ;

$N_j$  — количество коэффициентов в узле;

$X_{j,k}[m]$  — коэффициенты Фурье.

Затем для каждого узла вычисляется энергия спектра:

$$E_{j,k} = \sum_{m=0}^{N_j-1} |X_{j,k}[m]|^2. \quad (7)$$

По теореме Парсеваля сумма квадратов последовательности (или сигнал) равна сумме квадратов амплитуд ее преобразования Фурье:

$$\sum_{n=0}^{N_j-1} |d_{j,k}[n]|^2 = \frac{1}{N_j} \sum_{m=0}^{N_j-1} |X_{j,k}[m]|^2. \quad (8)$$

При расчете используется именно спектральная энергия, потому что расчет энергии напрямую через вейвлет-коэффициенты в открытой библиотеке PyWavelet для языка программирования Python демонстрирует существенные искажения на высоких уровнях декомпозиции.

Общая спектральная энергия для уровня  $j$  определяется как сумма энергий всех узлов на этом уровне:

$$E_j = \sum_{k=0}^{2^j-1} E_{j,k} = \sum_{k=0}^{2^j-1} \sum_{m=0}^{N_j-1} |X_{j,k}[m]|^2. \quad (9)$$

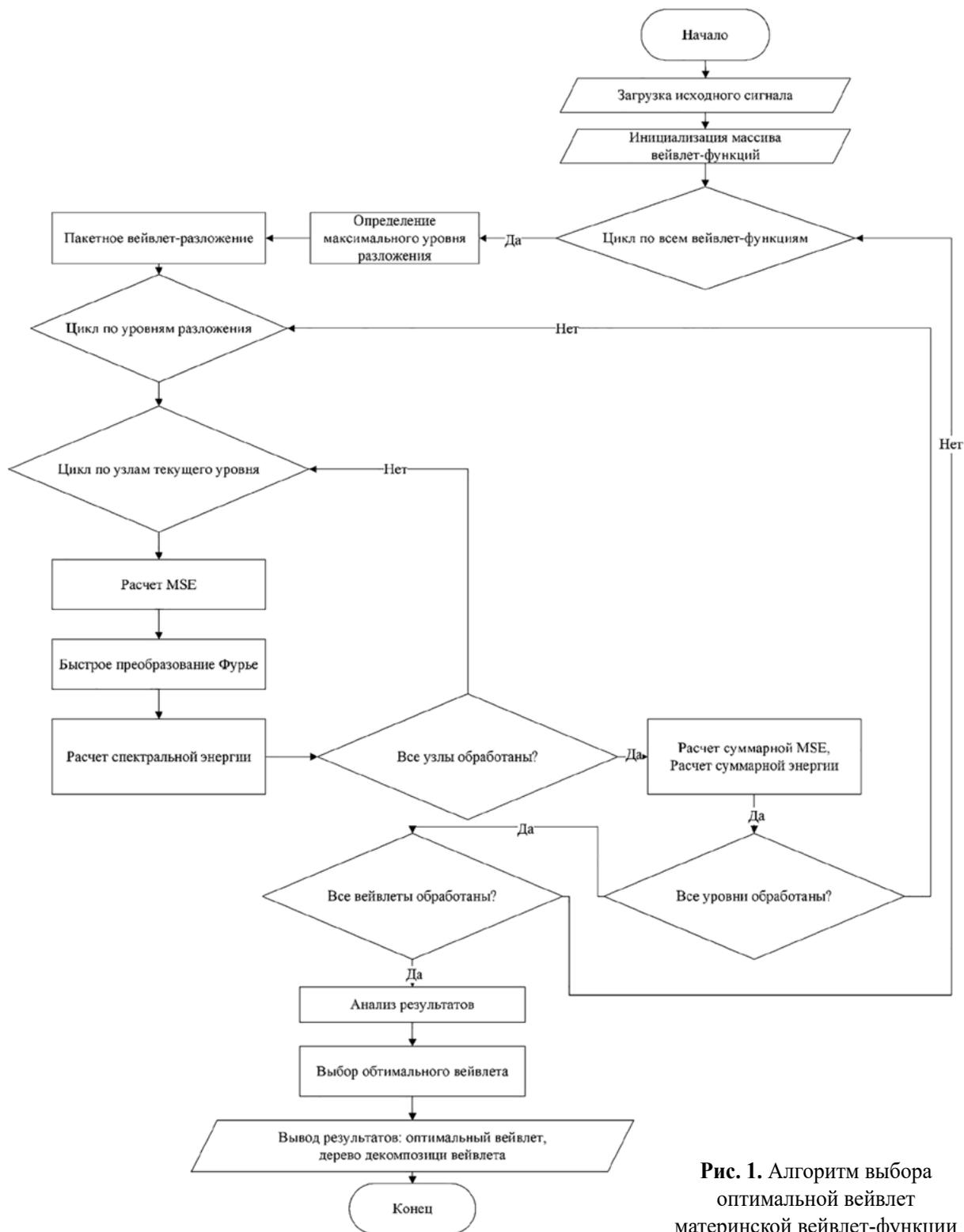
Этот критерий позволяет оценить, насколько хорошо вейвлет сохраняет энергетические характеристики сигнала при декомпозиции до определенного уровня. Преимущество использования спектральной энергии заключается в том, что она позволяет оценить способность вейвлета сохранять частотно-энергетические характеристики сигнала, что важно для дальнейшего анализа статистических характеристик.

В исследовании рассматривались 35 различных вейвлетов из нескольких семейств. Полный список исследуемых вейвлетов и их максимальные уровни декомпозиции представлены в табл. 1.

Таблица 1. Исследуемые вейвлеты и их максимальные уровни декомпозиции

Семейство вейвлетов	Вейвлеты	Максимальные уровни декомпозиции
Добеши (db)	db1, db2, db3, db4, db5, db6, db7, db8	13, 11, 11, 10, 10, 10, 9, 9
Коифлеты (coif)	coif1, coif2, coif3, coif4, coif5	11, 10, 9, 8, 8
Биортогональные (bior)	bior1.1, bior2.2, bior2.4, bior2.8, bior3.3, bior3.5, bior3.7, bior3.9	13, 11, 10, 9, 10, 10, 9, 9
Обратные биортогональные (rbio)	rbio1.1, rbio1.3, rbio1.5, rbio3.1, rbio3.3, rbio5.5	13, 11, 10, 11, 10, 10
Симлеты (sym)	sym2, sym3, sym4, sym5, sym6, sym7, sym8	11, 11, 10, 10, 10, 9, 9
Хаар (haar)	haar	13

Для обеспечения корректного сравнения всех вейвлетов в равных условиях, в качестве общего уровня сравнения был алгоритмически определен уровень 8, являющийся минимальным из всех максимальных уровней. Это обеспечивает, что все 35 вейвлетов могут быть корректно сравнены на одинаковых уровнях декомпозиции без выхода за пределы их возможностей.



**Рис. 1.** Алгоритм выбора оптимальной вейвлет материнской вейвлет-функции

**Алгоритм выбора оптимальной вейвлет-функции**

Разработанная методика представляет собой универсальный алгоритм (рис. 1), который может

быть применен к любому дискретному сигналу для определения оптимальных вейвлетов.

Алгоритм позволяет выбирать оптимальный вейвлет как пересечение множеств общих вейв-

летов из отсортированных последовательностей вейвлетов по критериям MSE и спектральной энергии. Математически алгоритм формирования для трех оптимальных вейвлетов (множество оптимальных вейвлетов —  $C$ ) можно представить следующим образом:

$$C = \{w_k \mid w_k \in (M_i \cup E_j), |C| \leq 3, i, j \rightarrow \min\}, \quad (11)$$

где  $M$  — упорядоченная последовательность вейвлетов по возрастанию MSE:  $M = (m_1, m_2, \dots, m_n)$ ;

$E$  — упорядоченная последовательность вейвлетов по убыванию энергии:  $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ ;

$M_i$  — префикс последовательности  $M$  длины  $i$ ;

$E_j$  — префикс последовательности  $E$  длины  $j$ .

Формула задает множество  $C$ , содержащее элементы  $w_k$ , которые принадлежат объединению двух множеств  $M_i$  и  $E_j$ .  $i$  и  $j$  выбираются минимальными, чтобы выполнялось условие  $|C| = 3$ , т. е. мощность множества  $C$  (количество элементов в нем) не превышает трех вейвлетов, которые представляют оптимальный компромисс между минимальной ошибкой реконструкции и максимальной спектральной энергией.

### Результаты сравнительного анализа вейвлетов

На основе значений MSE и спектральной энергии на различных уровнях были определены лучшие вейвлеты по каждому критерию. Результаты отбора вейвлетов представлены в табл. 2.

Таблица 2. Расширенные списки лучших вейвлетов по обоим критериям

Критерий	Список вейвлетов
Топ-8 по минимальному MSE	bior2.2, bior3.3, bior3.5, bior3.7, coif1, db2, db3, db5
Топ-6 по максимальной спектральной энергии	bior3.3, bior3.5, bior3.7, bior3.9, rbio3.1, rbio3.3

В результате анализа пересечения расширенных списков лучших вейвлетов были выявлены три вейвлета, присутствующие как в топ-8 по минимальному MSE, так и в топ-6 по спектральной энергии: bior3.3, bior3.5 и bior3.7. Эти вейвлеты представляют оптимальный компромисс между обоими критериями.

На основе полученных данных были построены графики, иллюстрирующие зависимость MSE (рис. 2) и спектральной энергии от уровня декомпозиции (рис. 3) для различных вейвлетов.

График зависимости MSE от уровня декомпозиции для топ-8 вейвлетов с наименьшим MSE на уровнях 1–8 (рис. 2) показывает, что ошибка реконструкции увеличивается с ростом уровня декомпозиции для всех вейвлетов. Однако для вейвлета bior2.2 это увеличение происходит значительно медленнее.

График зависимости спектральной энергии от уровня декомпозиции для топ-5 вейвлетов с наибольшей энергией по уровням 1–8 (bior3.3, bior3.5, bior3.7, bior3.9, rbio3.1, rbio3.3) (рис. 4) демонстрирует, что вейвлет rbio3.1 значительно превосходит остальные по данному критерию. Это свидетельствует о его способности сохранять энергию сигнала при декомпозиции до высоких уровней.

### Анализ оптимальных вейвлетов

В результате анализа пересечения лучших вейвлетов были выявлены три вейвлета, присутствующие как в топ-8 по минимальному MSE, так и в топ-6 по спектральной энергии: bior3.3, bior3.5 и bior3.7. Эти вейвлеты представляют оптимальный компромисс между обоими критериями.

График MSE и спектральной энергии для трех вейвлетов, входящих в пересечение расширенных списков (bior3.3, bior3.5, bior3.7) (рис. 4), показывает, что все три вейвлета имеют близкие значения MSE на всех уровнях декомпозиции до общего уровня 8, с небольшим преимуществом

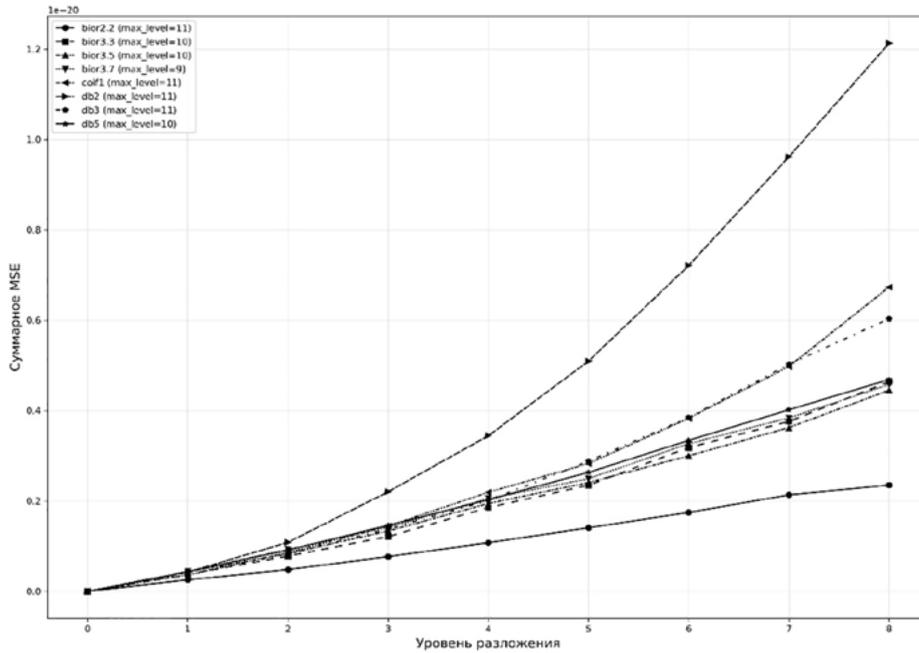


Рис. 2. График зависимости среднеквадратичной ошибки от уровня декомпозиции для вейвлетов с наименьшим MSE

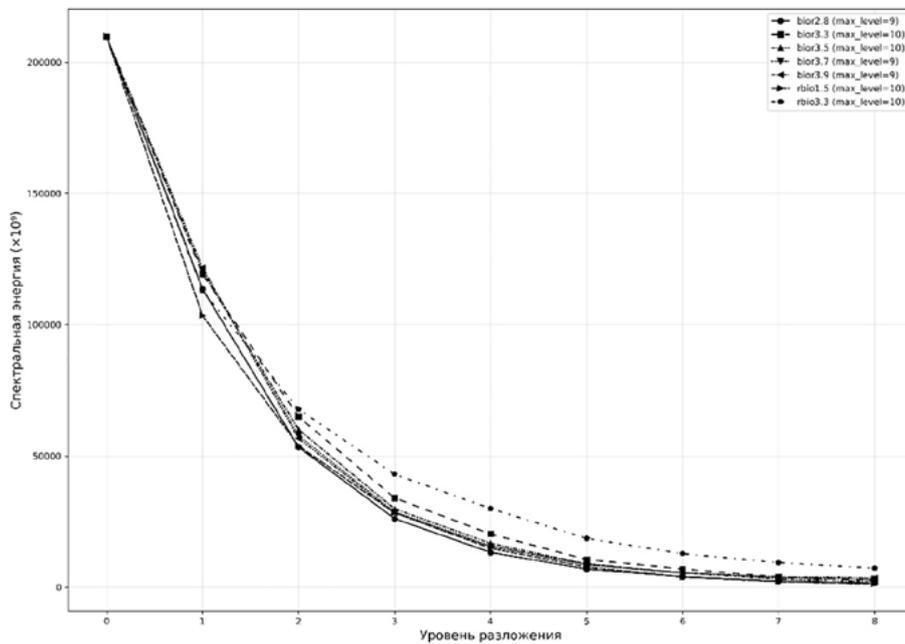


Рис. 3. График зависимости спектральной энергии от уровня декомпозиции для вейвлетов с наибольшей энергией

bior3.3 на ранних уровнях и bior3.5 на более высоких уровнях. Все три вейвлета демонстрируют достаточно низкие значения MSE, что указывает на их хорошую способность точно восстанавливать сигнал.

График (рис. 4) также демонстрирует, что bior3.7 сохраняет наибольшую энергию на уровне 8, за ним следует bior3.3, а затем bior3.5. Интересно отметить, что на более низких уровнях декомпозиции (1–3) порядок может быть иным,

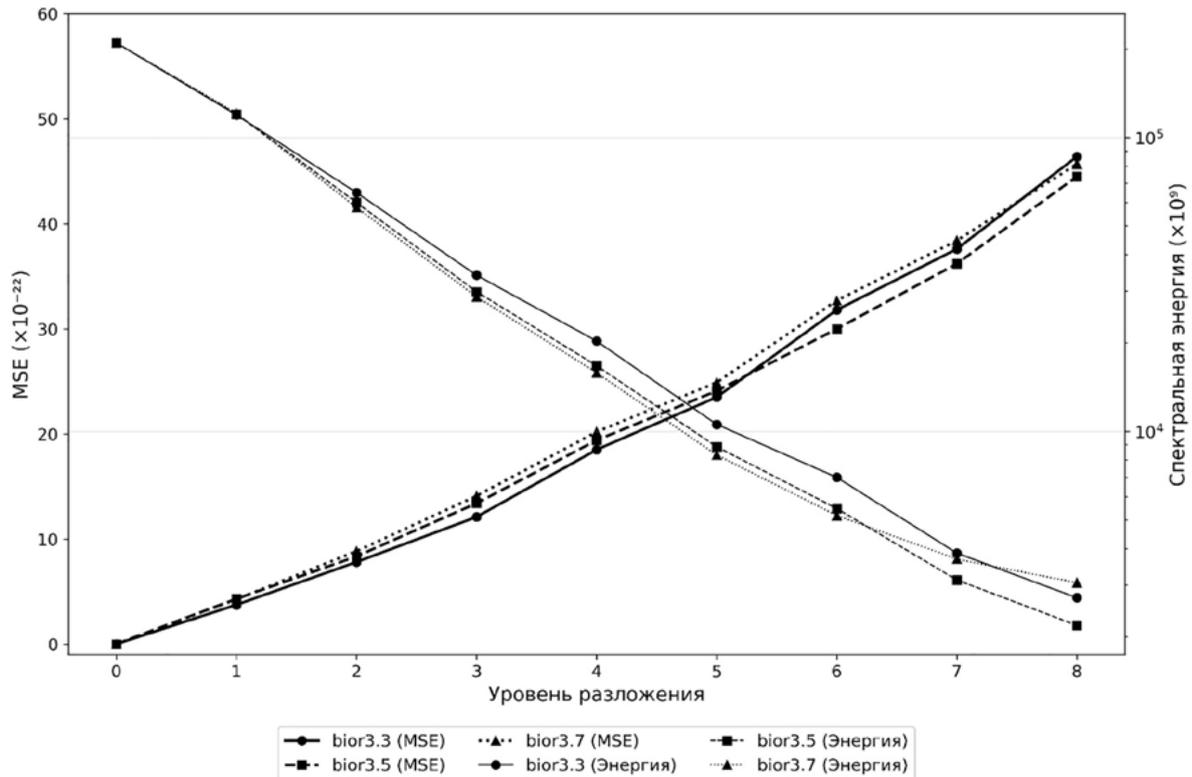


Рис. 4. График MSE и спектральной энергии для трех оптимальных вейвлетов

что говорит о различном поведении вейвлетов на разных масштабах анализа.

### Обсуждение результатов

Результаты исследования показывают, что для данного конкретного тестового сигнала не существует универсального вейвлета, который бы превосходил остальные по обоим критериям одновременно. Выбор оптимального вейвлета зависит от конкретной задачи и требований к обработке сигнала [1, 10].

Если для анализируемого сигнала приоритетом является точность реконструкции, то предпочтение следует отдать вейвлету bior2.2, который обеспечивает наименьшую ошибку реконструкции на всех уровнях декомпозиции. Наблюдаемое увеличение MSE с ростом уровня декомпозиции является ожидаемым эффектом и связано с потерей информации при многократной фильтрации сигнала [1, 11]. Однако для разных вейвлетов ско-

рость роста ошибки различна, что отражает их различную способность к сохранению информации при многоуровневой декомпозиции.

Если же важнее сохранение спектральной энергии сигнала, то наилучшим выбором для данного сигнала будет вейвлет rbio3.1, который значительно превосходит остальные по этому критерию на общем уровне сравнения.

Снижение спектральной энергии с ростом уровня декомпозиции также является ожидаемым и связано с уменьшением количества коэффициентов на высоких уровнях. Однако вейвлет rbio3.1 демонстрирует высокую спектральную энергию на высоких уровнях декомпозиции для данного сигнала, что может быть связано с его специфическими частотными характеристиками и особенностями анализируемого сигнала [2, 10].

Для задач, требующих баланса между обоими критериями, наиболее подходящими вариантами являются вейвлеты bior3.3, bior3.5 и bior3.7. Среди

них *bior3.7* имеет наивысшую спектральную энергию ( $3055,65 \cdot 10^9$ ), *bior3.5* обеспечивает немного лучшую реконструкцию ( $MSE = 4,45 \cdot 10^{-21}$ ), а *bior3.3* представляет промежуточный вариант между ними.

## Заключение

В данной работе разработана и представлена универсальная методика для сравнительного анализа различных вейвлетов при обработке дискретных сигналов. Методика основана на оценке вейвлетов по двум объективным критериям: минимальной среднеквадратичной ошибке при реконструкции сигнала и максимальной спектральной энергии. Ценность предложенного подхода заключается именно в методологии, а не в конкретных числовых результатах, которые будут варьироваться от сигнала к сигналу.

Разработанный алгоритм анализа вибрационных сигналов, сочетающий вейвлет-пакетное преобразование (WPD) и преобразование Фурье, формирует методологическую основу для внедрения разработанных подходов в системы диагностики тепловозных дизелей. Эффективный выбор оптимальной материнской вейвлет-функции поможет более точно определять диагностические признаки неисправностей в системах автоматической классификации неисправностей [6], что улучшит интеллектуальные системы [12] мониторинга технического состояния локомотивных дизелей.

## Список источников

1. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. — М.: Мир, 2005. — 671 с.
2. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. — Ижевск: РХД, 2001. — 464 с.
3. Lee G. R. PyWavelets: A Python package for wavelet analysis / G. R. Lee, R. Gommers, F. Wasilewski, K. Wohlfahrt et al. // *Journal of Open Source Software*. — 2019. — Vol. 4(36). — P. 1237. — DOI: 10.21105/joss.01237.
4. Воробьев В. И. Теория и практика вейвлет-преобразования / В. И. Воробьев, В. Г. Грибунин. — СПб.: ВУС, 1999. — 204 с.
5. Можаров Г. П. Сравнительный анализ адаптивных алгоритмов вейвлет-пакетов / Г. П. Можаров // *Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение»*. — 2016. — № 1(106). — С. 75–88.
6. Kewei O. Adaptive Multi-Scale Wavelet Neural Network for Time Series Classification / O. Kewei, H. Yi, Z. Shilin, Z. Ye // *Information an International Interdisciplinary Journal*. — 2021. — Т. 12. — Iss. 6. — P. 252. — DOI: 10.3390/INFO12060252.
7. Yu H. AdaWaveNet: Adaptive Wavelet Network for Time Series Analysis / H. Yu, G. Peikun, S. Akane // *arXiv preprint arXiv:2405.11124*. — 2024. — DOI: 10.48550/arXiv.2405.11124.
8. Wolter M. Adaptive wavelet pooling for convolutional neural networks / M. Wolter, J. Garcke // *Proceedings of Machine Learning Research*. — 2021. — Vol. 130. — Pp. 1–12.
9. Oppenheim A. V. Discrete-Time Signal Processing / A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer. — 3rd ed. — Prentice Hall, 2009. — 1144 p.
10. Antonini M. Image coding using wavelet transform / M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, I. Daubechies // *IEEE Transactions on Image Processing*. — 1992. — Vol. 1. — Iss. 2. — Pp. 205–220.
11. Oppenheim A. V. Discrete-Time Signal Processing / A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer. — 3rd ed. — Prentice Hall, 2009. — 1144 p.
12. Грачев В. В. Диагностирование электронного оборудования локомотива с использованием интеллектуальных классификаторов / В. В. Грачев, М. В. Федотов, А. В. Грищенко и др. // *Eltrans 2023: сборник трудов XI Международного симпозиума, Санкт-Петербург, 31 мая — 2 июня 2023 года / Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I. — Санкт-Петербург: ООО «ИПК «НП-Принт», 2023. — С. 134–145.*

Дата поступления: 27.03.2025

Решение о публикации: 12.04.2025

**Контактная информация:**

БЕЛЯЕВ Андрей Александрович — аспирант;

belyaevaa@list.ru

КОНОНОВ Дмитрий Павлович — д-р техн. наук,

проф.; d\_kononov@mail.ru

КУДРИН Антон Михайлович — аспирант;

belyaevaa@list.ru

## Selection of Mother Wavelet Function for Vibration Diagnostics of Locomotive Engines

**A. A. Beliaev, D. P. Kononov, A. M. Kudrin**

Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russian Federation

**For citation:** Beliaev A. A., Kononov D. P., Kudrin A. M. Selection of Mother Wavelet Function for Vibration Diagnostics of Locomotive Engines // *Proceedings of Petersburg State Transport University*, 2025, vol. 22, iss. 2, pp. 290–299. (In Russian) DOI: 10.20295/1815-588X-2025-2-290-299

### Summary

**Purpose:** To develop an objective approach to determine the most effective wavelets for specific types of diesel engine vibration signals based on quantitative criteria, with the possible further application in locomotive diagnostic systems. The research aims to create a universal methodology for comparative evaluation of different wavelets, which will be an important step in the development of modern vibration diagnostic methods. **Methods:** Experimentally obtained vibration signals using a three-position sensor on a diesel engine followed by data processing with wavelet packet transformation in the Python programming environment. The effectiveness of 35 different wavelets from the Daubechies, Coiflets, Biorthogonal, Reverse Biorthogonal, Symlets and Haar families was evaluated according to two objective criteria: minimum mean square error (MSE) of the reconstruction and maximum spectral energy of the signal. Comparative analysis was performed using a specially developed algorithm for ranking and selecting optimal wavelets based on parallel evaluation against both criteria. **Results:** A universal method for selecting the optimal mother wavelet function for the analysis of diesel engine vibration signals has been presented. For the studied signal, the wavelets bior3.3, bior3.5 and bior3.7 were found to be optimal according to both criteria, offering the best balance between reconstruction accuracy and preservation of energy characteristics. The results obtained allow a quantitative justification of the choice of wavelet for a specific type of signal, increasing the reliability of the diagnosis. **Practical significance:** The developed methodology allows the objective selection of optimal mother wavelets for wavelet packet transformation of vibration signals, which will increase the efficiency of vibration diagnostics of locomotive diesel engines and will enable the improvement of existing intelligent systems for technical condition monitoring with the possibility of early fault detection and prediction of remaining useful life.

**Keywords:** Diesel engine, vibration diagnostics, wavelet transformation, wavelet packet, mean squared error, spectral energy, signal decomposition.

## References

1. Malla S. *Veyvlety v obrabotke signalov* [Wavelets in Signal Processing]. Moscow: Mir Publ., 2005, 671 s. (In Russian)
2. Dobeshi I. *Desyat' lektsiy po veyvletam* [Ten Lectures on Wavelets]. Izhevsk: RKhD Publ., 2001, 464 p. (In Russian)
3. Lee G. R., Gommers R., Wasilewski F., Wohlfahrt K. et al. PyWavelets: A Python package for wavelet analysis. *Journal of Open Source Software*, 2019, vol. 4(36), p. 1237. DOI: 10.21105/joss.01237.
4. Vorob'ev V. I., Gribunin V. G. *Teoriya i praktika veyvlet-preobrazovaniya* [Theory and Practice of Wavelet Transform]. St. Petersburg: VUS Publ., 1999, 204 p. (In Russian)
5. Mozharov G. P. Sravnitel'nyy analiz adaptivnykh algoritmov veyvlet-paketov [Comparative analysis of adaptive wavelet packet algorithms]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N. E. Baumana. Seriya "Priborostroenie"* [Bulletin of the Bauman Moscow State Technical University. Series "Instrument Engineering"]. 2016, Iss. 1(106), pp. 75–88. (In Russian)
6. Kewei O., Yi H., Shilin Z., Ye Z. Adaptive Multi-Scale Wavelet Neural Network for Time Series Classification. *Information-an International Interdisciplinary Journal*, 2021, vol. 12, Iss. 6, p. 252. DOI: 10.3390/INFO12060252.
7. Yu H., Peikun G., Akane S. AdaWaveNet: Adaptive Wavelet Network for Time Series Analysis. arXiv preprint arXiv:2405.11124, 2024. DOI: 10.48550/arXiv.2405.11124.
8. Wolter M., Garcke J. Adaptive wavelet pooling for convolutional neural networks. *Proceedings of Machine Learning Research*, 2021, vol. 130, pp. 1–12.
9. Oppenheim A. V., Schafer R. W. *Discrete-Time Signal Processing*, 3rd ed., Prentice Hall, 2009, 1144 p.
10. Antonini M., Barlaud M., Mathieu P., Daubechies I. Image coding using wavelet transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1992, vol. 1, Iss. 2, pp. 205–220.
11. Oppenheim A. V., Schafer R. W. *Discrete-Time Signal Processing*, 3rd ed., Prentice Hall, 2009, 1144 p.
12. Grachev V. V., Fedotov M. V., Grishchenko A. V. et al. Diagnostirovanie elektronnoy oborudovaniya lokomotiva s ispol'zovaniem intellektual'nykh klassifikatorov [Diagnostics of locomotive electronic equipment using intelligent classifiers]. *Eltrans 2023: sbornik trudov XI Mezhdunarodnogo simpoziuma, Sankt-Peterburg, 31 maya — 2 iyunya 2023 goda, Peterburgskiy gosudarstvennyy universitet putey soobshcheniya Imperatora Aleksandra I* [Eltrans 2023: proceedings of the XI International Symposium, St. Petersburg, May 31 — June 2, 2023, Emperor Alexander I Petersburg State University of Railway Engineering]. St. Petersburg: OOO "IPK "NP-Print", 2023, pp. 134–145. (In Russian)

Received: March 27, 2025

Accepted: April 12, 2025

### Author's information:

Andrei A. BELIAEV — Postgraduate Student;  
belyaevaa@list.ru

Dmitry P. KONONOV — Dr. Sci. in Engineering,  
Professor; d\_kononov@mail.ru

Anton M. KUDRIN — Postgraduate Student;  
anton\_kudrin@mail.ru