УДК 51-74

Обзор и сравнительный анализ методов моделирования полетных характеристик беспилотных летательных аппаратов

Стрелков Иван Владимирович — аспирант кафедры «Информационные и вычислительные системы». Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, беспилотные летательные аппараты. E-mail: ivan_strelkov99@mail.ru

Божко Леся Михайловна — доктор экон. наук, профессор кафедры «Информационные и вычислительные системы». Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, комплексы программ, управление в организационных системах. E-mail: lemib@rambler.ru

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

Для цитирования: Стрелков И. В., Божко Л. М. Обзор и сравнительный анализ методов моделирования полетных характеристик беспилотных летательных аппаратов // Интеллектуальные технологии на транспорте. 2026. № 2 (46). С. 91–99. DOI: 10.20295/2413-2527-2026-246-91-99

Аннотация. *С расширением сфер применения беспилотных летательных аппаратов достоверное прогнозирование их поведения на этапе проектирования становится все более актуальной задачей. Решить ее возможно с использованием соответствующих методов моделирования.* ***Цель:*** *выявить и сравнить методы, применяемые в моделировании полетных характеристик беспилотных летательных аппаратов.* ***Результаты:*** *рассмотрена модель пространственного движения с шестью степенями свободы (6DoF, Six Degrees of Freedom), проведено сравнение основных методов, используемых для моделирования полетных характеристик (метода Эйлера, классического метода Рунге — Кутты четвертого порядка и адаптивной схемы Рунге — Кутты — Фельберга), проанализированы алгоритмы планирования маршрута (A*, RRT*, генетический алгоритм и метод роя частиц). Установлено, что для большинства исследовательских задач метод Рунге — Кутты четвертого порядка оказывается разумным компромиссом по точности и вычислительной стоимости, тогда как на режимах с разномасштабной динамикой предпочтительны адаптивные схемы. Сформулированы рекомендации по подбору метода в зависимости от класса задачи и допустимой погрешности.* ***Практическая значимость:*** *результаты работы применимы при создании программных средств моделирования полета и выборе вычислительного ядра для конкретного класса беспилотных летательных аппаратов.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, численные методы, беспилотный летательный аппарат, БПЛА, моделирование полета, метод Рунге — Кутты, оптимизация траектории, алгоритм A*, метод роя частиц*

1.2.2 — *математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)*

Введение

За последние десять лет беспилотные летательные аппараты (БПЛА) прошли путь из преимущественно военной техники в массовый гражданский инструмент: аэрофотосъемка полей, осмотр линий электропередачи и трубопроводов, доставка небольших грузов в труднодоступные районы, мониторинг состояния инфраструктуры. На стадии проектирования нового аппарата инженер должен заранее оценить его аэродинамические свойства, устойчивость и реакцию на управляющие воздействия: натурные летные испытания стоят дорого, занимают время и связаны с риском потерять прототип [1, 2].

Цифровая модель дает возможность воспроизвести полет на настольном компьютере, меняя массу и геометрию аппарата, атмосферные условия, настройки регулятора, без того, чтобы физически строить каждую итерацию прототипа. Задача при этом разбивается на несколько взаимосвязанных блоков: уравнения движения, схема их численного интегрирования, синтез контура управления и планирование маршрута [3]. Для каждого из них существует свое семейство алгоритмов, и подбор конкретных в значительной мере определяется требованиями по точности и скорости конкретной задачи.

Спектр доступных решений охватывает как простые линейные аналитические приближения, описывающие малые отклонения от установившегося режима, так и полные нелинейные схемы, воспроизводящие штопор, сваливание и турбулентные порывы [4, 5]. Имеющиеся обзоры [2, 6] зафиксировали состояние области на момент их выхода, но стремительное развитие вычислительной базы и появление новых адаптивных алгоритмов делают повторное сравнительное рассмотрение оправданным.

Цель статьи — выявить и сравнить методы, применяемые в моделировании полетных характеристик беспилотных летательных аппаратов, что позволило бы определить ключевые подходы к воспроизведению летных характеристик БПЛА. В исследовании, помимо формулировки уравнений динамики, приведены их численное решение и алгоритмы построения оптимального маршрута.

Математические модели динамики полета БПЛА

Пространственное движение БПЛА описывается в рамках классической механики твердого тела двумя векторными уравнениями для поступательного и вращательного движения [1]. При формализации вводят две системы координат: земную инерциальную NED (North, East, Down, «север, восток, вниз») и связанную систему, жестко прикрепленную к корпусу аппарата [3].

Взаимная ориентация связанной и земной систем задается тремя углами Эйлера: угол крена φ отвечает за вращение вокруг продольной оси, угол тангажа θ — за отклонение носа выше или ниже горизонта, угол рыскания ψ — за поворот в горизонтальной плоскости. Перевод вектора между системами делается умножением на матрицу направляющих косинусов 3×3, элементы которой — тригонометрические функции этих углов [3, 6]. При $\theta = \pm 90°$ матрица вырождается (так называемый карданный замок); обойти это вырождение позволяет кватернионное описание ориентации.

Поступательное движение центра масс БПЛА описывается в проекциях на оси связанной системы координат следующим векторным уравнением [1, 5]:

$$m\left(\frac{dV}{dt} + \omega \times V\right) = F, \tag{1}$$

где m — масса аппарата;

V — вектор линейной скорости в связанной системе координат;

ω — вектор угловой скорости;

F — суммарный вектор действующих сил (аэродинамических, гравитационных и тяговых).

Вращение аппарата описывается уравнением моментов:

$$I\left(\frac{d\omega}{dt}\right) + \omega \times (I\omega) = M, \tag{2}$$

где I — тензор инерции аппарата (симметричная матрица 3×3);

M — результирующий момент относительно центра масс, складывающийся из аэродинамического момента, момента тяги двигателей и моментов от отклонения рулевых поверхностей [1, 5].

Аэродинамические нагрузки вычисляют через безразмерные коэффициенты, которые зависят от угла атаки α, угла скольжения β, чисел Маха и Рейнольдса, а также от текущих отклонений элеронов, руля высоты и руля направления. Подъемная сила — произведение скоростного напора, площади крыла и коэффициента подъемной силы C_L, который при малых углах атаки линеен по α. Лобовое сопротивление складывается из профильной составляющей C_{D0} и индуктивной добавки, пропорциональной квадрату C_L [3, 7]. Сами зависимости коэффициентов от параметров режима получают экспериментально в продувках в аэродинамической трубе либо численно, средствами вычислительной гидродинамики (computational fluid dynamics, CFD); в расчетные модели их подставляют как таблицы или как полиномиальные аппроксимации [7].

Шесть уравнений поступательного и вращательного движения вместе с кинематикой углов Эйлера складываются в модель с шестью степенями свободы (6DoF, Six Degrees of Freedom): три линейные скорости (u, v, w), три угловые скорости (p, q, r), координаты центра масс (x, y, z) и углы (φ, θ, ψ). Итого 12 обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка [1, 5]. Линеаризуя систему в окрестности прямолинейного горизонтального полета, ее разложение по собственным модам дает быструю короткопериодическую моду и медленную фугоиду в продольном канале плюс голландский шаг и спиральную моду — в боковом [3, 8].

Численные методы интегрирования уравнений движения

Замкнутого аналитического решения система (1)–(2) не имеет: аэродинамические коэффициенты входят в правые части как нелинейные функции углов α, β и числа Маха, а управляющие отклонения меняются во времени по закону, задаваемому регулятором. Траектория получается численным интегрированием с фиксированным или переменным шагом h. Критерий выбора схемы двоякий: шаг должен быть достаточно мелким, чтобы погрешность за время моделирования не накопилась до величины, сравнимой с характерными амплитудами переходного процесса, и одновременно достаточно крупным, чтобы общее число обращений к правой части не выходило за вычислительный бюджет бортового или настольного контроллера [4].

Явная схема Эйлера — простейшая из одношаговых методов: значение вектора состояния на шаге $n + 1$ получается одной подстановкой правой части в текущей точке [4, 9]:

$$y_{n+1} = y_n + h \times f(t_n, y_n),$$

где h — шаг интегрирования.

Разложение точного решения в ряд Тейлора показывает, что локальная ошибка усечения эйлеровой схемы имеет порядок $O(h^2)$, глобальная — $O(h)$. Для динамики БПЛА это означает, что на прямолинейном крейсерском участке схема еще приемлема: отклонение от эталона после минуты полета остается на уровне единиц метров, но на участке с активным маневром, где правая часть системы быстро меняется, тот же шаг приводит к накоплению отклонения до десятков метров за несколько десятков секунд, и для содержательной симуляции схема уже непригодна.

Существенно больший запас точности при умеренных затратах дает классическая схема Рунге — Кутты четвертого порядка (Runge — Kutta 4th order, RK4). На каждом шаге правая часть вычисляется четырежды: в начале отрезка, дважды в его середине с разными оценками промежуточного состояния и в конце [9]:

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(t_n, y_n),\\
k_2 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + k_1\frac{h}{2}\right),\\
k_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + k_2\frac{h}{2}\right),\\
k_4 &= f\left(t_n + h, y_n + k_3 h\right).
\end{aligned}$$

Итоговое приращение составляется как взвешенная сумма четырех оценок с весами 1 : 2 : 2 : 1, нормированными на шесть:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).$$

Локальная ошибка усечения RK4 имеет порядок $O(h^5)$, глобальная — $O(h^4)$, то есть при одинаковом шаге h погрешность оказывается на четыре порядка меньше эйлеровой. При этом вычислительная стоимость одного шага возрастает лишь вчетверо, что делает RK4 выгодной схемой во всем диапазоне крейсерских режимов [9, 10]. Слабое место фиксированного шага проявляется на двух крайних режимах: на установившемся горизонтальном полете заданный заранее h оказывается избыточно мелким и ведет к неоправданному числу обращений к правой части, а на резких маневрах, напротив, недостаточен: интегратор не успевает отследить быстро меняющиеся переменные без роста погрешности.

Когда фиксированная сетка становится ограничением, применяют вложенные пары Рунге — Кутты. В работе используется схема Фельберга RKF45 (Runge — Kutta — Fehlberg): на каждом шаге она одновременно дает две оценки приращения (четвертого и пятого порядков), а их разность трактуется как апостериорная оценка локальной ошибки [9]. Следующий шаг пересчитывается по правилу $h\_new = h \times s \times$ (tol/err)^(1/5) с эмпирическим коэффициентом запаса $s = 0{,}9$; рост и уменьшение шага ограничены интервалом $[h/10;\ 5h]$, что предохраняет от выхода за пределы устойчивости при резких возмущениях. В автономном сравнительном эксперименте на типовых задачах БПЛА самолетного типа такая схема при tol = 10^{-6} сохраняет порядок погрешности, сопоставимый с классическим RK4 при шаге 0,01 с., но достигает его за существенно меньшее число обращений к правой части, укрупняя шаг там, где динамика позволяет.

Сопоставление трех схем сведено в таблице. В практике моделирования БПЛА самолетного типа RK4 служит рабочей лошадкой: его детерминированная вычислительная нагрузка удобна для бортовых систем реального времени, а при шаге 0,01 с. обеспечиваемая точность достаточна для задач проектирования контуров стабилизации и расчета траекторий [10]. Адаптивные схемы типа RKF45 берут на себя режимы, в которых характерное время процесса меняется на порядок и более: штопор, восстановление после срыва, жесткая посадка.

Алгоритмы оптимизации траектории полета

Планирование маршрута формализуется как задача нахождения последовательности пространственных точек $\{x\_k\}$, минимизирующей функционал потерь $J(x_1,\ \ldots,\ x\_N)$ при ограничениях типа неравенств (зоны запрета полета, максимальная перегрузка, допустимый угол крена) и концевых условиях в стартовой и финишной точках. В качестве функционала обычно выступают длина пути, время прохождения или расход энергии на борту [11].

Для дискретизированного пространства эффективен поиск A*: он обходит узлы графа в порядке, определяемом оценочной функцией [12]:

$$f(n) = g(n) + h(n),$$

где $g(n)$ — фактическая стоимость перехода из стартового узла к узлу n;
$h(n)$ — эвристическая нижняя оценка оставшегося пути от n до цели.

При выполнении условия допустимости ($h(n)$ не превосходит истинного расстояния от n до цели) поиск завершается на оптимальном решении [12]. Ограничение на практике связано с плотностью сетки: при кубической дискретизации рабочей зоны число узлов растет как $O(L^3/\Delta^3)$, где Δ — шаг сетки, и для трехмерных задач планирования над пересеченной местностью это становится лимитирующим фактором.

Если пространство поиска непрерывно или имеет высокую размерность, перспективнее выборочные методы семейства RRT (Rapidly-exploring Random Tree). Идея такова: из стартовой точки выращивается дерево, каждая новая вершина выбирается случайно из рабочей области и затем

Таблица

Сравнительная характеристика численных методов интегрирования

Метод	Порядок точности	Вычислений f на шаг	Область применения
Метод Эйлера	1	1	Предварительная оценка, отладка моделей
Метод RK4	4	4	Основное моделирование, системы реального времени
Метод RKF45 (адаптивный)	4–5	6	Маневры, переменная динамика полета

подтягивается к ближайшей вершине дерева на расстояние Δ. Базовый RRT быстро покрывает пространство, но найденный путь обычно неоптимален. Модификация RRT* после каждого добавления вершины перепроверяет, не дает ли новый узел более короткого пути для уже присоединенных соседей, и при необходимости переподключает ребра (rewiring). В пределе при $n \to \infty$ такой путь асимптотически сходится к оптимальному [13, 14].

Метаэвристика генетического алгоритма (ГА) хорошо приспособлена к негладким и многоэкстремальным целевым функциям, характерным для задач облета с учетом ветровых полей. Траектория кодируется в виде хромосомы (вектора параметров промежуточных точек): популяция из N особей эволюционирует в течение заданного числа поколений с операторами селекции (турнирной или пропорциональной), скрещивания (одноточечного, двухточечного или арифметического blend с коэффициентом α) и мутации с вероятностью *p_m*. В разработанной реализации по умолчанию используются популяция из 100 особей, турнирная селекция с размером турнира 3, blend-скрещивание и вероятность мутации 0,1; сходимость отслеживается по истории лучшей приспособленности, элитизм сохраняет двух лучших особей между поколениями [15].

Альтернатива биологического происхождения — метод роя частиц (particle swarm optimization, PSO). Каждая частица хранит собственную позицию в пространстве параметров, скорость и персональный рекорд *p_i*. Рой в целом запоминает глобальный рекорд g. На каждой итерации скорость частицы пересчитывается с учетом инерции предыдущей скорости, направленного движения к *p_i* и направленного движения к g [16]:

$$v_i = wv_i + c_1 r_1 (p_i - x_i) + c_2 r_2 (g - x_i),$$

где w — коэффициент инерции;

c_1 и c_2 — когнитивный и социальный коэффициенты, задающие баланс между эксплуатацией личного опыта и коллективного;

r_1 и r_2 — равномерно распределенные случайные числа на [0, 1], делающие поиск стохастическим.

В программной реализации применена линейно убывающая инерция (0,9 → 0,4 по итерациям), фиксированные $c_1 = c_2 = 1{,}5$ и ограничение скорости на уровне половины диапазона переменных, что препятствует выходу частиц за пределы рабочей области. Для траекторий умеренной размерности (10–20 параметров) сходимость достигается за 50–100 итераций при рое из 50 частиц [16].

Устойчивую работу показывает двухэтапная стратегия. Сначала планировщик (A* на регулярной сетке или RRT* в непрерывном пространстве) строит геометрически допустимый маршрут, обходящий зоны запрета и статические препятствия. Полученная последовательность точек служит начальным приближением для метаэвристики (ГА или PSO), которая уже с учетом динамических ограничений БПЛА сглаживает траекторию, оптимизирует ее по выбранному критерию (расход энергии, время полета) и при необходимости добавляет горизонтальные обходы ветровых зон. Такое разделение сводит вычислительно затратную глобальную оптимизацию к локальной доработке уже осмысленного маршрута [11, 14].

Программные средства моделирования полета БПЛА

Инструментом, на протяжении многих лет удерживающим доминирующее положение, остается связка MATLAB/Simulink: пакеты Aerospace Blockset и Control System Toolbox предоставляют готовые модели атмосферы, датчиков и типовые звенья регуляторов, а графический редактор упрощает отладку многоконтурных схем [5, 8]. Недостатки тоже известны: закрытый формат и стоимость коммерческой лицензии, не всегда подъемная для малых коллективов и научных целей. Открытая альтернатива — Python: NumPy закрывает матричные операции, SciPy содержит готовые интеграторы и оптимизаторы, Matplotlib покрывает двумерную и трехмерную визуализацию. В одном из примеров разработанного программного комплекса [17] перечисленные схемы интегрирования (Euler, Improved Euler, RK2, RK4, RKF45) и метаэвристики (ГА, PSO) реализованы как раздельные классы с общим интерфейсом, что дает возможность сопоставлять методы на одной и той же задаче при единых входных данных.

На стыке моделирования и реальной эксплуатации работают открытые автопилотные стеки ArduPilot и PX4. Их режим SITL (Software-in-the-Loop) запускает тот же исполняемый код, что и на борту, но с подменой аппаратных интерфейсов на сокеты, по которым данные состояния и управления передаются во внешний симулятор (Gazebo, jMAVSim, FlightGear). Наземные станции Mission Planner и QGroundControl работают одинаково с виртуальным и реальным бортом по протоколу MAVLink, что позволяет переносить отлаженные в симуляции миссии без модификаций. Для исследовательских задач это дает возможность автоматизированного сравнения телеметрии SITL с результатами работы собственной модели на одних и тех же входных сигналах.

Анализ методов моделирования

Изучение особенностей рассмотренных методов не ставит целью выбор «лучшего» подхода: его обнаружение зависит от конкретной задачи и поставленных критериев. Для бортовой реализации, где вычислительный цикл должен укладываться в строго детерминированное время, разумным остается фиксированный шаг RK4, поскольку его стоимость заранее известна и не зависит от текущего режима. В кабинетных условиях, где требование реального времени отсутствует, удобнее адаптивный RKF45: он сам подстраивает шаг под текущую динамику, экономя вычисления на спокойных участках и укрупняя сетку там, где можно.

Конкретизируем выявленные закономерности. Отдача от повышения порядка интегратора быстро убывает: переход от Эйлера к RK2 сокращает ошибку на два-три порядка, переход от RK2 к RK4 — еще на три-четыре порядка, дальнейшее усложнение (формулы седьмого-восьмого порядков типа Дорманда — Принса) при сопоставимом шаге дает уже не пропорциональный прирост точности, а кратно меньший, причем стоимость шага растет пропорционально числу обращений к правой части. Адаптивные вложенные схемы выигрывают у схем с фиксированным шагом на траекториях с разнородной динамикой, и этот выигрыш измеряется десятками процентов по числу обращений к правой части. Плата за экономию — непредсказуемость длительности отдельного цикла, ограничивающая применение адаптации в системах реального времени. Среди планировщиков маршрута A* и стохастические метаэвристики (ГА, PSO) не заменяют друг друга: графовый поиск гарантирует оптимальность на дискретной сетке при допустимой эвристике, а метаэвристики работают там, где явная дискретизация невозможна или ведет к «проклятию размерности» (платой за гибкость является отсутствие математической гарантии на конечном числе итераций).

Заключение

Сравнение методов, применяемых в моделировании полетных характеристик беспилотных летательных аппаратов, по вычислительной трудоемкости, точности и применимости к характерным режимам полета позволяет систематизировать инструменты численного воспроизведения динамики БПЛА самолетного типа. Модель с шестью степенями свободы (12 ОДУ для линейных скоростей, угловых скоростей, координат и углов Эйлера) остается стандартом «по умолчанию» для задач проектирования контура стабилизации и анализа устойчивости. Среди классических схем интегрирования метод RK4 при шаге порядка 10^{-2} с. обеспечивает компромисс точности и предсказуемой вычислительной нагрузки, приемлемый для большинства задач. Адаптивная схема Фельберга RKF45 оправдана там, где диапазон характерных времен процесса превышает один порядок, прежде всего на маневрах с резким изменением угла атаки или тяги.

В части оптимизации маршрута обоснована двухуровневая архитектура: графовый планировщик (A* или RRT*) формирует геометрически допустимое начальное приближение, метаэвристика (ГА или PSO) выполняет его энергетическую и кинематическую доводку. Такое разделение снижает вычислительную сложность без потери качества решения. Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку автоматического выбора пары «интегратор — планировщик» в зависимости от типа БПЛА и параметров полетного задания, а также интеграцию программного комплекса с открытыми автопилотными стеками через SITL для инструментальной проверки получаемых траекторий на пилотажных моделях.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов: учебное пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.

2. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / под ред. М. Н. Красильщикова и Г. Г. Себрякова. М.: Физматлит, 2003. 280 с.

3. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика самолета. Динамика продольного и бокового движения. М.: Машиностроение, 1979. 352 с.

4. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы: учебник. 12-е изд. М.: Лаборатория знаний, 2024. 639 с.

5. Stevens B. L., Lewis F. L., Johnson E. N. Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and Autonomous Systems. Third Edition. Hoboken (NJ): Wiley-Blackwell, 2015. 768 p.

6. Etkin B., Reid L. D. Dynamics of Flight: Stability and Control. Third Edition. Hoboken (NJ): Wiley, 1996. 400 p.

7. Мхитарян А. М. Аэродинамика: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: КНОРУС, 2012. 448 с.

8. Ким Д. П. Теория автоматического управления: учебник для вузов. Т. 1. Линейные системы. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2016. 312 с.

9. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / пер. с англ. под ред. С. С. Филиппова. М.: Мир, 1990. 512 с.

10. Боднер В. А. Системы управления летательными аппаратами: учебник для вузов. М.: Машиностроение, 1973. 504 с.

11. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учебное пособие. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. 446 с.

12. Алгоритмы: построение и анализ. Третье издание = Introduction to Algorithms. Third Edition / Кормен Т. Х. [и др.]; пер. с англ. и ред. И. В. Красикова. М.: Вильямс, 2013. 1328 с.

13. Karaman S., Frazzoli E. Sampling-Based Algorithms for Optimal Motion Planning // International Journal of Robotics Research. 2011. Vol. 30, no. 7. Pp. 846–894. DOI: 10.1177/0278364911406761

14. LaValle S. M. Planning Algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 844 p.

15. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы: учебник. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2010. 368 с.

16. Kennedy J., Eberhart R. Particle Swarm Optimization // Proceedings of ICNN ‘95 — International Conference on Neural Networks (Perth, Australia, 27 November — 1 December 1995). Vol. 4. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1995. Pp. 1942–1948. DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968

17. Beard R. W., McLain T. W. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice. Second Edition. Princeton (NJ): Princeton University Press, 2012. 320 p.

Дата поступления: 20.05.2026
Решение о публикации: 26.05.2026

Review and Comparative Analysis of Methods for Modeling Flight Characteristics of Unmanned Aerial Vehicles

Ivan V. Strelkov — Postgraduate Student of the "Information and Computing Systems" Department. Research interests: mathematical modeling, numerical methods, unmanned aerial vehicles. E-mail: ivan_strelkov99@mail.ru

Lesya M. Bozhko — Dr. Sci. in Economics, Professor of the "Information and Computing Systems" Department. Research interests: mathematical modeling, numerical methods, program complexes, management in organizational systems. E-mail: lemib@rambler.ru

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, 9 Moskovsky ave., Saint Petersburg, 190031, Russia

For citation: Strelkov I. V., Bozhko L. M. Review and Comparative Analysis of Methods for Modeling Flight Characteristics of Unmanned Aerial Vehicles, *Intellectual Technologies on Transport*, 2026, no. 2 (46), pp. 91–99. DOI: 10.20295/2413-2527-2026-246-91-99 (In Russian)

Abstract. *With the expansion of the scope of unmanned aerial vehicles, reliable forecasting of their behavior at the design stage is becoming an increasingly urgent task. This problem can be solved using appropriate modeling methods.* ***Purpose:*** *to identify and compare the methods used in simulating the flight characteristics of unmanned aerial vehicles.* ***Results:*** *a model of spatial motion with six degrees of freedom (6DoF, Six Degrees of Freedom) was considered, a comparison was made of the main methods used to simulate flight characteristics (Euler's method, the classic Runge — Kutta fourth-order method and the adaptive Runge — Kutta — Felberg scheme), route planning algorithms (A*, RRT*, genetic particle swarm algorithm and method. It has been established that for most research problems, the Runge — Kutta method of the fourth order turns out to be a reasonable compromise in accuracy and computational cost, while adaptive schemes are preferred in modes with different-scale dynamics. Recommendations are formulated on the selection of the method depending on the class of the problem and the permissible error.* ***Practical significance:*** *the results of the work are applicable to the creation of flight simulation software and the selection of a computing core for a specific class of unmanned aerial vehicles.*

Keywords: *unmanned aerial vehicle, mathematical modeling, flight dynamics, numerical methods, Runge — Kutta method, trajectory optimization, A* algorithm, particle swarm optimization, flight simulation*

REFERENCES

1. Lebedev A. A., Chernobrovkin L. S. Dinamika poleta bespilotnykh letatelnykh apparatov: uchebnoe posobie dlya vuzov [Flight Dynamics of Unmanned Aerial Vehicles: A Textbook for Universities]. Moscow, Mashinostroenie Publishing House, 1973, 616 p. (In Russian)
2. Krasilshchikov M. N., Sebryakov G. G. (eds). Upravlenie i navedenie bespilotnykh manevrennykh letatelnykh apparatov na osnove sovremennykh informatsionnykh tekhnologiy [Control and Guidance of Unmanned Maneuverable Aircraft Based on Modern Information Technologies]. Moscow, Fizmatlit Publishing House, 2003, 280 p. (In Russian)
3. Byushgens G. S., Studnev R. V. Aerodinamika samoleta. Dinamika prodolnogo i bokovogo dvizheniya [Aerodynamics of an Aircraft. Dynamics of Longitudinal and Lateral Motion]. Moscow, Mashinostroenie Publishing House, 1979, 352 p. (In Russian)
4. Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobelkov G. M. Chislennye metody: uchebnik [Numerical Methods: A Textbook]. Moscow, Laboratoriya Znaniy Publishing House, 2024, 639 p. (In Russian)

5. Stevens B. L., Lewis F. L., Johnson E. N. Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and Autonomous Systems. Third Edition. Hoboken (NJ), Wiley-Blackwell, 2015, 768 p.

6. Etkin B., Reid L. D. Dynamics of Flight: Stability and Control. Third Edition. Hoboken (NJ), Wiley, 1996, 400 p.

7. Mkhitaryan A. M. Aerodinamika: uchebnik dlya vuzov [Aerodynamics: A Textbook for Universities]. Moscow, KnoRus Publishing House, 2012, 448 p. (In Russian)

8. Kim D. P. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: uchebnik dlya vuzov. T. 1. Lineynye sistemy [Automatic Control Theory: A Textbook for Universities. Vol. 1. Linear Systems]. Moscow, Fizmatlit Publishing House, 2016, 312 p. (In Russian)

9. Hairer E., Nørsett S., Wanner G. Reshenie obyknovennykh differentsialnykh uravneniy. Nezhestkie zadachi [Solution of ordinary differential equations. Non-rigid problems]. Moscow, Mir Publishers, 1990, 512 p. (In Russian)

10. Bodner V. A. Sistemy upravleniya letatelnymi apparatami: uchebnik dlya vuzov [Aircraft Control Systems: A Textbook for Universities]. Moscow, Mashinostroenie Publishing House, 1973, 504 p. (In Russian)

11. Karpenko A. P. Sovremennye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennye prirodoy: uchebnoe posobie [Modern Search Engine Optimization Algorithms. Nature-Inspired Algorithms: A Textbook]. Moscow, Bauman Moscow State Technical University Press, 2017, 446 p. (In Russian)

12. Cormen T. H., et al. Algoritmy: postroenie i analiz. Tretye izdanie [Introduction to algorithms. Third Edition]. Moscow, Williams Publishing House, 2013, 1328 p. (In Russian)

13. Karaman S., Frazzoli E. Sampling-Based Algorithms for Optimal Motion Planning, *International Journal of Robotics Research*, 2011, vol. 30, no. 7, pp. 846–894. DOI: 10.1177/0278364911406761

14. LaValle S. M. Planning Algorithms. Cambridge, Cambridge University Press, 2006, 844 p.

15. Gladkov L. A., Kureychik V. V., Kureychik V. M. Geneticheskie algoritmy: uchebnik [Genetic Algorithms: A Textbook]. Moscow, Fizmatlit Publishing House, 2010, 368 p. (In Russian)

16. Kennedy J., Eberhart R. Particle Swarm Optimization, *Proceedings of ICNN '95 — International Conference on Neural Networks,* Perth, Australia, November 27 – December 01, 1995, vol. 4. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1995, pp. 1942–1948. DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968

17. Beard R. W., McLain T. W. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice. Second Edition. Princeton (NJ), Princeton University Press, 2012, 320 p.

Received: May 20, 2026
Accepted: May 26, 2026